# PROCESAMIENTO AUDIOVISUAL

## Programa de teoría

1. Adquisición y representación de imágenes.
2. Procesamiento global de imágenes.
3. **Filtros y transformaciones locales.**
4. Transformaciones geométricas.
5. Espacios de color y el dominio frecuencial.
6. Análisis de imágenes.
7. Vídeo y sonido digital.



# Tema 3. Filtros y transformaciones locales.

3.1. Filtros y convoluciones.
3.2. Suavizado, perfilado y bordes.
3.3. Filtros no lineales.
3.4. Morfología matemática.
A.3. Filtros en OpenCV.

## 3.1. Filtros y convoluciones.

- **Recordatorio:** en las transformaciones **globales**, cada píxel de salida depende sólo de un píxel de entrada.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 90 | 67 | 75 | 78 |
| 92 | 87 | 78 | 82 |
| 45 | 83 | 80 | 130 |
| 39 | 69 | 115 | 154 |

**Entrada**

Transf. global

Transf. local

| | | | |
|---|---|---|---|
| 62 | 68 | 78 | 81 |
| 102 | 89 | 76 | 85 |
| 83 | 109 | 80 | 111 |
| 69 | 92 | 115 | 120 |

**Salida**

- No se tiene en cuenta la relación de **vecindad** entre píxeles. El resultado no varía si los píxeles son *permutados* aleatoriamente y después *reordenados*.
- **Transformación local:** el valor de un píxel depende de la vecindad local de ese píxel.



## 3.1. Filtros y convoluciones.

- **Transformación global:**

  R(x,y):= f(A(x,y)) ó R(x,y):= f(A(x,y), B(x,y))

- **Filtros y transformaciones locales:**

  R(x,y):= f(A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k))

- **Ejemplo.** Filtro de la media.

  R(x,y):= (A(x-1,y-1)+A(x,y-1)+A(x-1,y)+A(x,y))/4

| | | |
|---|---|---|
| 92 | 78 | 82 |
| 45 | 80 | 130 |
| 39 | 115 | 154 |

**A**

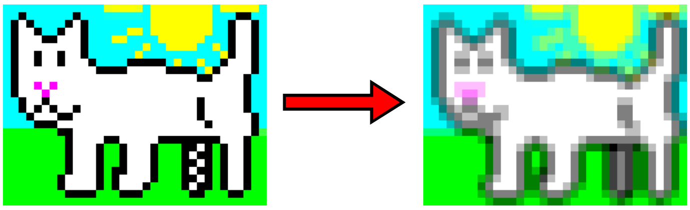
∑ / 4

| | | |
|---|---|---|
| - | - | - |
| - | 74 | 93 |
| - | 70 | 120 |

**R**

# 3.1. Filtros y convoluciones.

- **Ejemplo.** Entrada, **A** Salida, **R**



- **Resultado:** la imagen se *suaviza*, *difumina* o *emborrona*.
- Las transformaciones locales tienen sentido porque existe una relación de **vecindad** entre los píxeles.
- **Recordatorio:** un píxel representa una magnitud física en un punto de una escena → dos píxeles próximos corresponden a puntos cercanos de la escena → el mundo es "continuo" → los píxeles próximos tendrán valores parecidos.



# 3.1. Filtros y convoluciones.

- Un tipo interesante de transformaciones locales son las convoluciones discretas.
- **Convolución discreta:** transformación en la que el valor del píxel resultante es una **combinación lineal** de los valores de los píxeles vecinos en la imagen.

- **Ejemplo.** El filtro de la media es una convolución.

  R(x,y):= 1/4·A(x-1,y-1) + 1/4·A(x,y-1) + 1/4·A(x-1,y) + 1/4·A(x,y)

- **Otra forma de ver la convolución:** Matriz de coeficientes de la combinación lineal.

(x-1,y-1) (x,y-1)

| | |
|---|---|
| 1/4 | 1/4 |
| 1/4 | 1/4 |

(x-1,y) (x,y)

## 3.1. Filtros y convoluciones.

- La matriz de coeficientes es conocida como la **máscara o núcleo (*kernel*) de convolución**.
- **Idea intuitiva:** se pasa la máscara para todo píxel de la imagen, aplicando los coeficientes según donde caigan.

Máscara de convolución

| | |
|---|---|
| ·1/4 | ·1/4 |
| ·1/4 | ·1/4 |

¿Cuánto valen estos píxeles?

Imagen de entrada, **A**

| | | |
|---|---|---|
| 92 | 78 | 82 |
| 45 | 80 | 130 |
| 39 | 115 | 154 |

$\sum$

Imagen de salida, **R**

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |



## 3.1. Filtros y convoluciones.

- Sea **M** una máscara de convolución. Se puede definir como **array** [-k...k, -p...p] **de** real

En **X** la máscara va de -k a k, y en **Y** de -p a p. El punto central es (0,0)

- **Algoritmo.** Cálculo de una convolución. Denotamos la convolución como: R:= M⊗A
- **Entrada.** A: imagen de $max_X$ x $max_Y$
  M: array [-k...k, -p...p] de real
- **Salida.** R: imagen de $max_X$ x $max_Y$
- **Algoritmo:**
  **para cada** píxel (x, y) de la imagen A **hacer**

$$R(x, y) := \sum_{i=-k..k} \sum_{j=-p..p} M(i, j) \cdot A(x+i, y+j)$$

# 3.1. Filtros y convoluciones.

- **Ejemplos.** R:= M⊗A

Punto central o **ancla** (*anchor*)

M

| | | |
|---|---|---|
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |

El valor de un píxel es la media de los 9 píxeles circundantes

M

1/9·

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

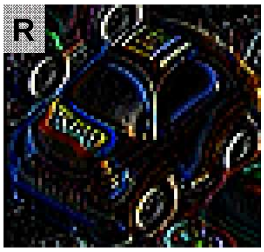
Igual que antes, pero factorizamos el múltiplo común (suma total = 1)

N

| | |
|---|---|
| -1 | 1 |

Restar al píxel el valor del píxel de la izquierda





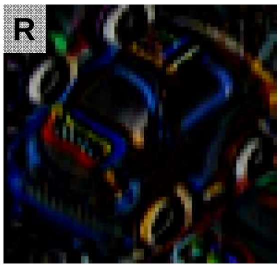



# 3.1. Filtros y convoluciones.

- Sobre una imagen se pueden aplicar **sucesivas operaciones** de convolución: ...M3⊗(M2⊗(M1⊗A)))



Máscara de media aplicada 4 veces




Máscara de media + máscara de resta

- **Ojo:** la **combinación de convoluciones** es equivalente a una sola convolución:

M2⊗(M1⊗A) = M⊗A

## 3.1. Filtros y convoluciones.

- ¿Cómo calcular el resultado de la combinación?
- **Respuesta:** comprobar el efecto sobre una imagen sólo con el píxel central a UNO (“señal impulso”).

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes 1/9\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes 1/9\cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 1/9\cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Máscara equivalente



## 3.1. Filtros y convoluciones.

- Análogamente, algunas convoluciones se pueden obtener combinando otras más simples: **núcleos separables**.
- **Ejemplo.**

$$1/3\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes 1/3\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes A = 1/9\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes A$$

- **Resultado:** el filtro de la media es separable.
  - En lugar de aplicar una máscara de 3x3 se pueden aplicar dos máscaras de 1x3 y 3x1 (**máscaras unidimensionales**).
  - Puede ser útil para hacer los cálculos más **eficientes**.

# 3.1. Filtros y convoluciones.

- ¿Qué hacer con los píxeles de los bordes?

| | |
|---|---|
| ·1/4 | ·1/4 |
| ·1/4 | ·1/4 |

$\otimes$

| | | |
|---|---|---|
| 9 | 4 | 8 |
| 7 | 8 | 4 |
| 3 | 2 | 2 |

- **Posibilidades:**

1. Asignar un 0 en el resultado a los píxeles donde no cabe la máscara.

| | | |
|---|---|---|
| **0** | **0** | **0** |
| **0** | 7 | 6 |
| **0** | 5 | 4 |

2. Suponer que los píxeles que se salen tienen valor 0 (u otra constante).

| | | |
|---|---|---|
| **2** | **3** | **3** |
| **4** | 7 | 6 |
| **2** | 5 | 4 |

3. Modificar la operación en los píxeles que no caben (variar el multiplicador).

| | | |
|---|---|---|
| **9** | **6** | **6** |
| **8** | 7 | 6 |
| **5** | 5 | 4 |

4. Suponer que la imagen se extiende por los extremos (p.ej. como un espejo).

| | | |
|---|---|---|
| **5** | **4** | **4** |
| **7** | 7 | 6 |
| **8** | 5 | 4 |



# 3.1. Filtros y convoluciones.

- Las convoluciones son una discretización de la idea de convolución usada en señales. (Repasar teoría de señales...)
- **Diferencias:** las convoluciones usadas aquí son discretas y bidimensionales.
- **Idea:** las máscaras de convolución son matrices de números → se pueden considerar, a su vez, como imágenes.
- **Propiedades:**
  - **Asociativa:** M2⊗(M1⊗A) = (M2⊗M1)⊗A
  - **Conmutativa:** M2⊗M1⊗A = M1⊗M2⊗A
  - **Ojo:** al aplicar una convolución puede ocurrir **saturación** de píxeles. Si ocurre esto, el orden sí que puede ser importante.

## 3.2. Suavizado, perfilado y bordes.

- Aplicando distintos operadores de convolución es posible obtener **diferentes efectos**:
  - **Suavizado**: o difuminación de la imagen, reducir contrastes abruptos en la imagen.
  - **Perfilado**: resaltar los contrastes, lo contrario al suavizado.
  - **Bordes**: detectar zonas de variación en la imagen.
  - **Detección** de cierto tipo de características, como esquinas, segmentos, etc.
- Suavizado y perfilado son más habituales en **restauración y mejora** de imágenes.
- Bordes y detección de características suelen usarse más en **análisis de imágenes**.



## 3.2.1. Operadores de suavizado.

- El operador de suavizado más simple es la **convolución de media** (media aritmética).
- **Parámetros** del operador:
  - Ancho y alto de la región en la que se aplica: *w* x *h*.
  - Posición del ancla.
- Normalmente, *w* y *h* son impares y el ancla es el píxel central.
- La máscara es un simple array de unos de tamaño *w*x*h*.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Máscara de media de 3x3

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Media de 5x5

## 3.2.1. Operadores de suavizado.

- Cuanto mayor es la máscara, mayor es el efecto de **difuminación** de la imagen.

Imagen de entrada (340x230)

Media de 5x5

Media de 11x11

Media de 21x21



## 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ventajas** (respecto a otros suavizados):
  - Sencillo y rápido de aplicar.
  - Fácil definir un comportamiento para los **píxeles de los bordes**: tomar la media de los píxeles que quepan.
  - Recordatorio: el operador de media es **separable**.

$$\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}1&1&1&1&1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$$

**Media de 5x5**
Total: 25 sumas $\rightarrow o(n^2)$

**Media de 5x1 y de 1x5**
Total: 10 sumas $\rightarrow o(2n)$

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- En algunos casos puede ser interesante aplicar **suavizados direccionales**: horizontales, verticales o en cualquier dirección.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Media horizontal 5 píxeles

| |
|---|
| 1 |
| 1 |
| 1 |

Media vertical 3p

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

Media diagonal 3p

Media horiz. 31p

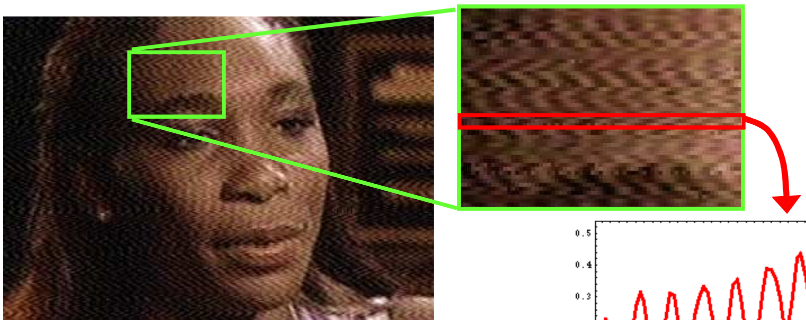
Media vert. 31p

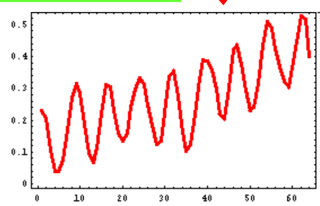


# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 1.** En una aplicación trabajamos con imágenes capturadas de TV. El canal tiene muchas interferencias, que provocan una oscilación cada 7 píxeles horizontales.

  ¿Cómo reducir el efecto de las interferencias?



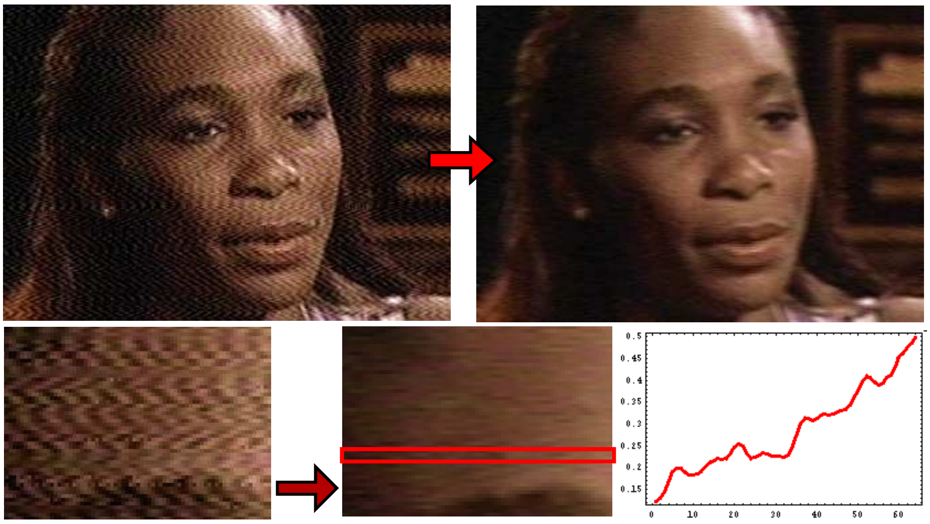


- **Idea:** Probar con una media horizontal de 7 píxeles...

## 3.2.1. Operadores de suavizado.

- Aplicación de media horizontal de 7 píxeles.

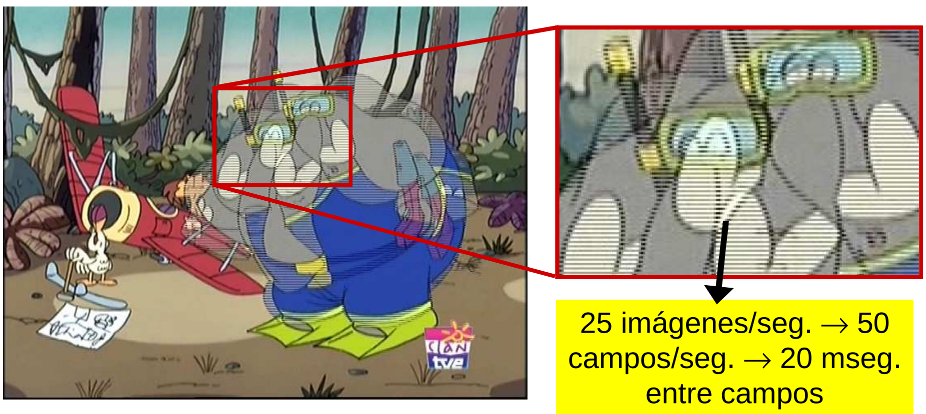
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |





## 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 2. Entrelazado de vídeo:** para aumentar la frecuencia de refresco del vídeo se separan las líneas pares y las impares (1 **campo** (*field*)=1/2 imagen). Al capturar una imagen, se mezclan los campos produciendo efectos raros.



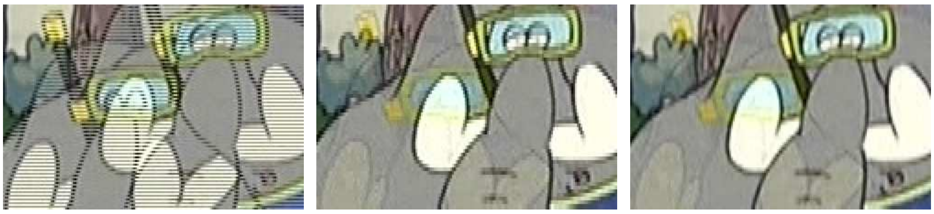
25 imágenes/seg. → 50 campos/seg. → 20 mseg. entre campos

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- Duplicar las filas pares (o las impares) y luego aplicar una media vertical de 2 píxeles (para interpolar).

| |
|---|
| 1 |
| 1 |

Imagen entrelazada | Duplicadas filas pares | Suavizado vertical (interp.)





# 3.2.1. Operadores de suavizado.

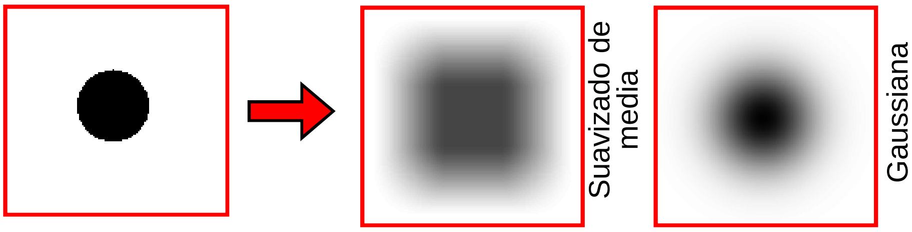
- **Ejemplo 3. Efecto de niebla.** Dada una imagen bien definida, queremos simular una niebla (objetivo *empañado*).
- **Idea:** calcular una media ponderada entre la imagen original y un suavizado gaussiano de la imagen.

**A**. Imagen original | **B**. Suaviz. gauss. 40x40 | Suma: 0,3**A**+0,7**B**

- Se puede conseguir el mismo resultado con una sola convolución. ¿Cuál sería la máscara equivalente?

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- Cuando se aplica la media con tamaños grandes se obtienen resultados **artificiosos** (a menudo **indeseados**).




- **Motivo:** la media se calcula en una región cuadrada.
- Sería mejor aplicarla a una **región "redonda"**.
- O, mejor, usar suavizado gaussiano...

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | **1** | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

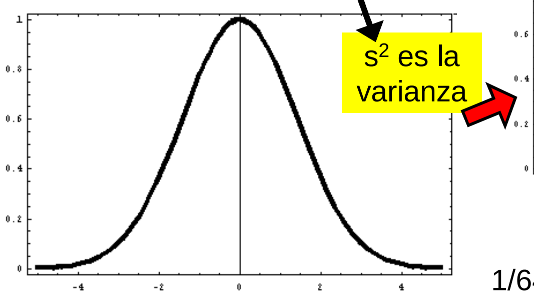


# 3.2.1. Operadores de suavizado.

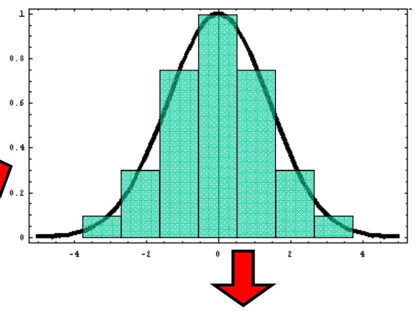
- **Suavizado gaussiano:** media ponderada, donde los pesos toman la forma de una campana de Gauss.
- **Ejemplo.** Suavizado gaussiano horizontal.

**Campana de Gauss**

$f(x) = e^{-x^2/s^2}$




**Campana discreta**



1/64·

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- La **varianza**, **s²**, indica el nivel de suavizado.
  - **Varianza grande:** campana más ancha, más suavizado.
  - **Varianza pequeña:** campana más estrecha, menos suavizado.
  - Se mide en píxeles.
- **Cálculo de la máscara gaussiana (1D):** calcular la función, discretizar en el rango, discretizar en el valor y calcular el multiplicador...
- ¿No existe una forma más rápida?
- **Idea:** el triángulo de Pascal.

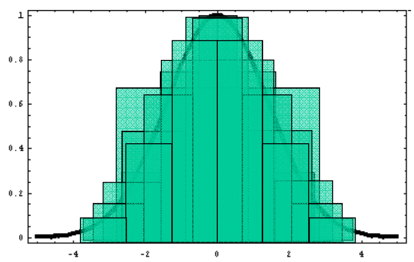
1<br>
1 1<br>
1 2 1<br>
1 3 3 1<br>
1 4 6 4 1<br>
1 5 10 10 5 1



# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **¡Magia!** Las filas del triángulo de Pascal forman discretizaciones de la campana de Gauss.

1/2· 1 1<br>
1/4· 1 2 1<br>
1/8· 1 3 3 1<br>
1/16· 1 4 6 4 1<br>
1/32· 1 5 10 10 5 1<br>
1/64· 1 6 15 20 15 6 1



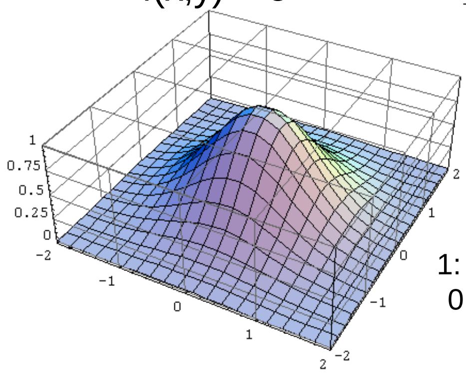
¿Por qué ocurre así? Recordar el **teorema central del límite**...

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- Normalmente, el suavizado gaussiano se aplica en dos dimensiones. Los pesos de la máscara dependen de la **distancia al píxel central**.

**Campana de Gauss 2D**

$$f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)/s^2}$$

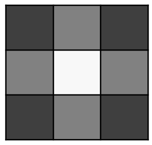


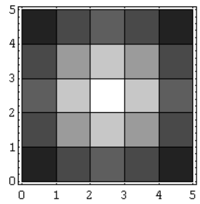

Máscara gaussiana de 3x3

1/16·

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 1 |

1: blanco
0: negro








# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Propiedad interesante:** el filtro gaussiano es separable.
- **Resultado:** se puede obtener un suavizado 2D aplicando dos máscaras gaussianas bidimensionales, una horizontal y otra vertical.

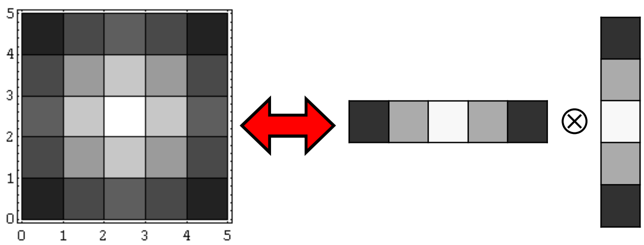
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 1 |

$\Leftrightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 |

$\otimes$

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 1 |



# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Comparación:** media y suavizado gaussiano, 2D.


Media de 11x11


Media de 21x21


Gaussiana 21x21


Gaussiana 41x41



# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Comparación:** media y suavizado gaussiano, 1D.


Media horiz. 31p


Media vert. 31p


Gaussiana 61x1


Gaussiana 1x61

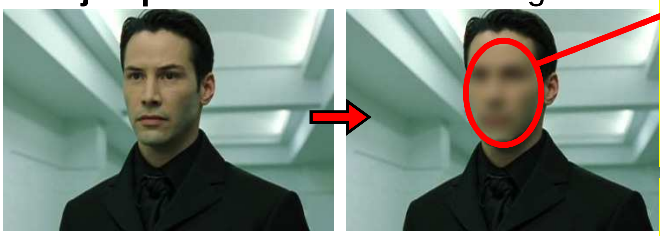
# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Resultados** de la comparación:
  - Para conseguir un mismo "**grado de suavizado**" la máscara gaussiana debe ser de mayor tamaño.
    → Se puede tomar como medida la **varianza** de la máscara correspondiente.
  - El efecto del suavizado gaussiano es más **natural** (más similar a un desenfoque) que la media.
    → Suele ser más habitual en procesamiento y análisis de imágenes.
  - Ambos filtros son **separables.**
    → Si la máscara es de nxn, pasamos de o($n^2$) a o(2n).



# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 1.** Protección de testigos.



Se aplica un suavizado pero sólo en cierta región de interés (**ROI**), en este caso elíptica.

¿Cómo encontrar la posición de la cara automáticamente?

- **Ejemplo 2.** Resaltar objetos de interés.

Se suaviza el fondo para destacar al personaje, simulando un desenfoque.

# 3.2.1. Operadores de suavizado.

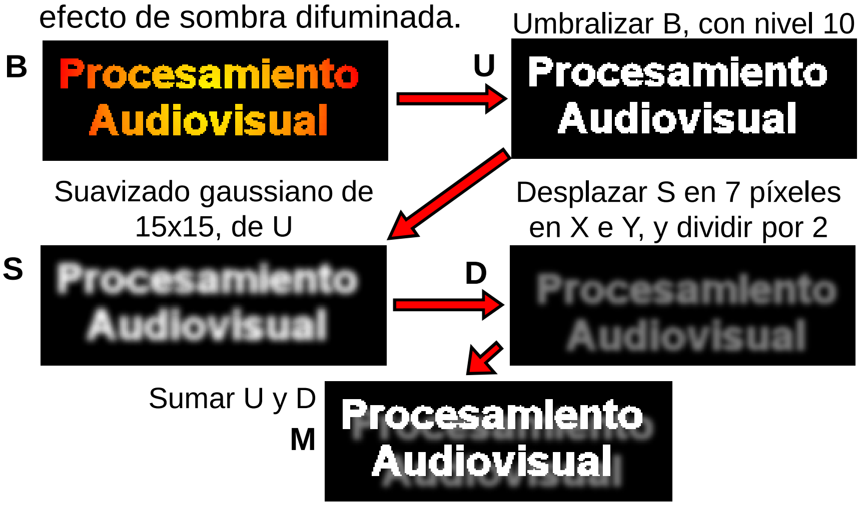
- **Ejemplo 2b.** Simulación de efecto *tilt-shift*.

La imagen parece enfocada en una zona pequeña, simulando un efecto de **miniatura**.



# 3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 3.** Sombra difusa.
  Añadir a una imagen **A** una etiqueta de texto **B**, con un efecto de sombra difuminada.



## 3.2.1. Operadores de suavizado.

A

B


M


Multiplicar A por M, en posición $(x_0, y_0)$

Sumar T y B, en posición $(x_0, y_0)$

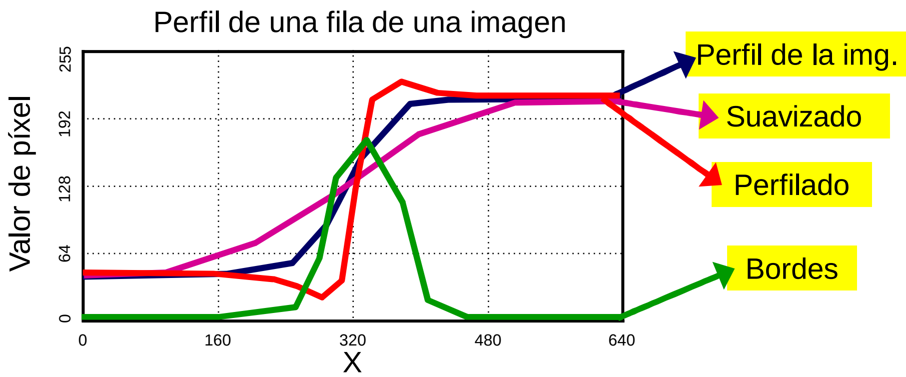
T


R



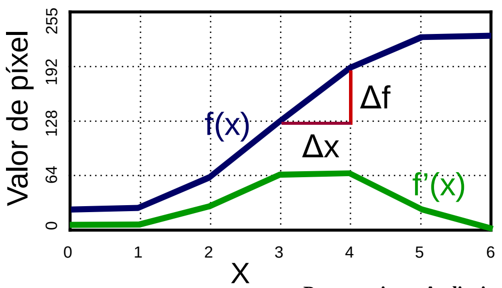

## 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Perfilado** y **detección de bordes** están relacionados con el suavizado:
  - **Suavizado**: reducir las variaciones en la imagen.
  - **Perfilado**: aumentar las variaciones en la imagen.
  - **Bordes**: encontrar las zonas de variación.



# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Matemáticamente, la variación de una función **f(x)** cualquiera viene dada por la **derivada** de esa función:
  - f'(x) > 0 : función creciente en X
  - f'(x) < 0 : función decreciente en X
  - f'(x) = 0 : función uniforme en X
- En nuestro caso, tenemos **funciones discretas**. La **"derivada discreta"** se obtiene calculando diferencias.




$$f'(x) = \Delta f/\Delta x$$

$$\underbrace{\Delta f = f(x)-f(x-1) \qquad \Delta x = 1}_{f'(x) = f(x) - f(x-1)}$$

- **Conclusión**: la derivada se calculará con máscaras del tipo:

| | |
|---|---|
| -1 | 1 |



# 3.2.2. Operadores de bordes.

**Máscara de derivada en X (M):**

| | |
|---|---|
| -1 | 1 |

**Derivada en Y:**

| |
|---|
| -1 |
| 1 |

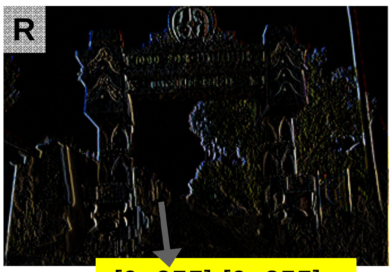
**Derivadas en diagonales:**

| | |
|---|---|
| -1 | 0 |
| 0 | 1 |

| | |
|---|---|
| 0 | -1 |
| 1 | 0 |

- **Ejemplo. Derivada en X.** R:= M⊗A


Imagen de entrada



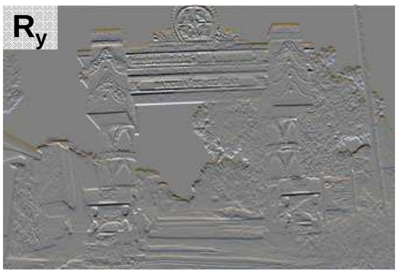

Derivada en X (x2)

[0..255]-[0..255]=
[-255..255]

# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Los bordes decrecientes se saturan a 0...
- Podemos sumar 128 para apreciar mejor el resultado:
  - Gris (128): diferencia 0
  - Negro: decreciente
  - Blanco: creciente


Derivada X (+128)




Derivada Y (+128)

- Se produce una especie de "**bajorrelieve**" (*emboss*), que puede usarse en efectos especiales.



# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Los operadores de bordes son muy **sensibles al ruido**.
- Es posible (y adecuado) **combinar** los operadores de **bordes** con **suavizados**.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$


Derivada X (+128)


Suaviz. + Deriv. X

# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Existen algunos **operadores** de bordes **estándar**.
- **Filtros de Prewitt:**

Filtro de Prewitt 3x3, derivada en X

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |

Filtro de Prewitt 3x3, derivada en Y

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

- **Filtros de Scharr:**

Filtro de Scharr 3x3, derivada en X

| | | |
|---|---|---|
| -3 | 0 | 3 |
| -10 | 0 | 10 |
| -3 | 0 | 3 |

Filtro de Scharr 3x3, derivada en Y

| | | |
|---|---|---|
| -3 | -10 | -3 |
| 0 | 0 | 0 |
| 3 | 10 | 3 |



# 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Filtros de Sobel:** se construyen usando la derivada de la gaussiana.

Filtro de Sobel 3x3, derivada en X

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |

Filtro de Sobel 3x3, derivada en Y

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

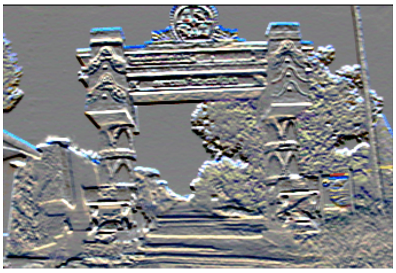
- Además, el filtro de Sobel permite calcular derivadas conjuntas en X e Y, derivadas segundas, terceras, etc.
- **Ejemplo.** Derivada segunda en X.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

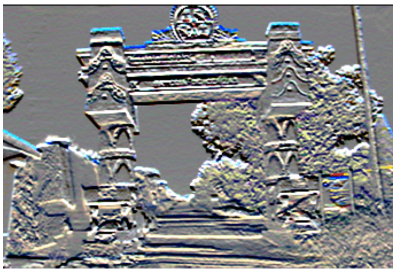
# 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Ejemplos.**

Imagen de entrada



Prewitt Y (3x3)



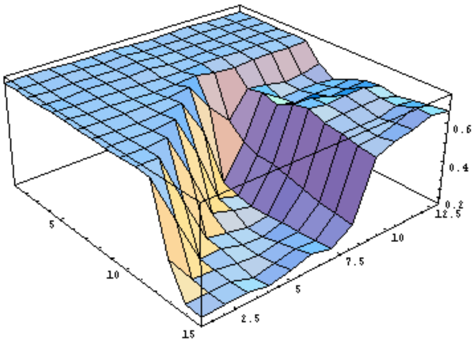
Sobel Y (3x3)

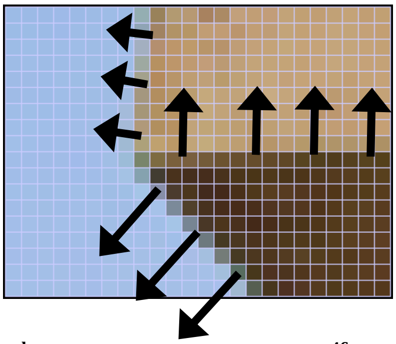
Sobel 2ª deriv. Y



# 3.2.2. Operadores de bordes.

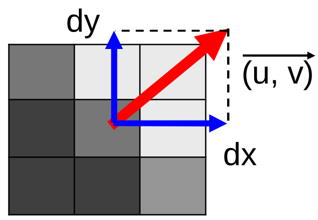
- Realmente, en dos o más dimensiones, en lugar de la derivada tiene más sentido el concepto de **gradiente**.
- ¿Qué es el gradiente? → Repasar cálculo...
- **El gradiente** indica la dirección de máxima variación de una función (en 2D, la máxima pendiente).



## 3.2.2. Operadores de bordes.

- El **gradiente** en un punto es un vector $\overrightarrow{(u, v)}$:
  - **Ángulo:** dirección de máxima variación.
  - **Magnitud:** intensidad de la variación.



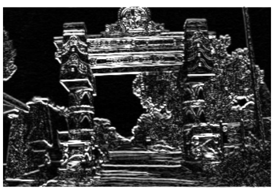

- El **gradiente** está relacionado con las **derivadas**:
  - u = Derivada en X del punto
  - v = Derivada en Y del punto
  - Teniendo dy y dx, ¿cuánto vale el ángulo y la magnitud?



## 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Cálculo del gradiente:**
  - Calcular **derivada en X: Dx** (por ejemplo, con un filtro de Sobel, Prewitt,...)
  - Calcular **derivada en Y: Dy**
  - **Magnitud** del gradiente: $\sqrt{Dx^2 + Dy^2}$
  - **Ángulo** del gradiente: atan2 (Dy, Dx)

Valor absoluto de derivada en X (Sobel de 3x3)



Valor absoluto de derivada en Y (Sobel de 3x3)

Magnitud del gradiente

# 3.2.2. Operadores de bordes.

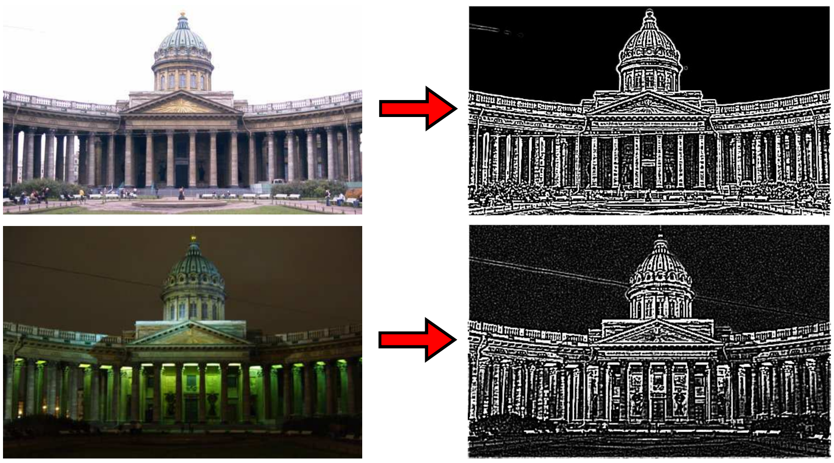
- El gradiente da lugar al concepto de **borde**.
- Un **borde** en una imagen es una curva a lo largo de la cual el gradiente es máximo.

El borde es perpendicular a la dirección del gradiente.



# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Los bordes de una escena son **invariantes a cambios** de luminosidad, color de la fuente de luz, etc. → En **análisis de imágenes** usar los bordes (en lugar de las originales).



# 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Otras formas de calcular los bordes:**

1. Calcular la derivada en diferentes direcciones: $D_1$, $D_2$, $D_3$, $D_4$.
2. Para cada punto, la magnitud del gradiente es la derivada de máximo valor absoluto:
   $G(x,y) := \max \{|D_1(x,y)|, |D_2(x,y)|, |D_3(x,y)|, |D_4(x,y)|\}$
3. La dirección del gradiente viene dada por el ángulo que ha producido el máximo:
   $A(x,y) := \operatorname{argmax} \{|D_1(x,y)|, |D_2(x,y)|, |D_3(x,y)|, |D_4(x,y)|\}$

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$D_1$: N-S

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | 0 |
| -1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |

$D_2$: NE-SO

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |

$D_3$: E-O

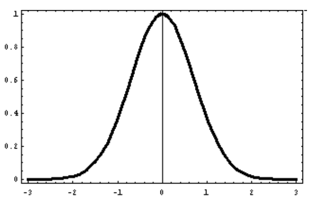
| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | -1 | 0 |

$D_4$: SE-NO



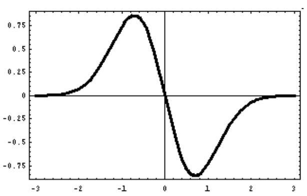
# 3.2.2. Operadores de bordes.

- Otra forma más sencilla (aproximada) es usar máscaras de convolución adecuadas, por ejemplo de **Laplace**.
- La **función de Laplace** es la segunda derivada de la gaussiana.



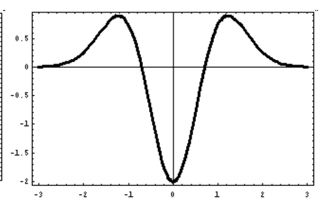
$f(x) = e^{-x^2/s^2}$

**Másc. Gaussiana**
Operador de suavizado



$df(x)/dx$

**Másc. Sobel**
Operador de derivación



$d^2f(x)/dx^2$

**Másc. Laplaciana**
Operador de gradiente

## 3.2.2. Operadores de bordes.

- La máscara **laplaciana** se define usando la función de Laplace.
- Ejemplos de **máscaras de Laplace**.

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

"Diferencia entre el píxel central y la media de sus vecinos..."

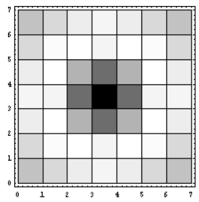


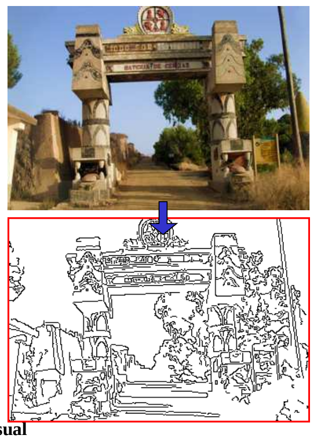
Imagen de entrada

Laplaciana 2 (3x3)



## 3.2.2. Operadores de bordes.

- **Detector de bordes de Canny**:
  - No sólo usa convoluciones (operadores de gradiente), sino que busca el **máximo gradiente** a lo largo de un borde.
  - El resultado es una **imagen binaria** (borde/no borde), ajustable mediante un umbral.



## 3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Perfilado:** destacar y hacer más visibles las variaciones y bordes de la imagen. Es lo contrario al suavizado.
- Permite eliminar la apariencia borrosa de las imágenes, debida a imperfecciones en las lentes.
- ... aunque tampoco se pueden hacer milagros...

← Suavizado Original Perfilado →



## 3.2.3. Operadores de perfilado.

- El perfilado se puede conseguir sumando a la imagen **original**, la **laplaciana** ponderada por cierto factor.
- Lo cual equivale a usar una máscara de convolución adecuada:

$$1\cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}}_{\text{Laplaciana}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Identidad}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}}_{\text{Perfilado}}$$

- Más o menos perfilado dando distintos pesos, **a**.

$$a\cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a & 0 \\ -a & 4a+1 & -a \\ 0 & -a & 0 \end{bmatrix}$$

**Ojo**: la función cvLaplace usa máscaras "invertidas", luego **a** debe ser < 0

# 3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Ejemplos.** Variando pesos y tamaño de la laplaciana.

Imagen de entrada

Perfilado 33%, 3x3

Perfilado 60%, 1x1

Perfilado 15%, 7x7



# 3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Cuidado con el perfilado.** La operación de perfilado aumenta el nivel de ruido de la imagen.

Imagen con ruido por interferencias TV

Perfilado 33%, 3x3

Imagen con ruido por compresión JPEG

Perfilado 60%, 3x3

# 3.2. Suavizado, perfilado y bordes.

## Conclusiones:

- Las **convoluciones** son una herramienta fundamental en procesamiento de imágenes.
  - **Una misma base común**: combinaciones lineales de una vecindad local de los píxeles (de cierto tamaño).
  - **Diversos usos**: según los valores de los coeficientes: suavizado, eliminación de ruido, bordes, perfilado, etc.
- Se pueden definir **operaciones similares** sobre **vídeo** (usando la dimensión temporal, por ejemplo, suavizado a lo largo del tiempo), y sobre **audio digital** (por ejemplo, suavizado de la señal o introducción de eco).
- Es importante conocer el **significado matemático** de los procesos aplicados (derivadas, gradientes, integrales,...).



# 3.3. Filtros no lineales.

- **Recordatorio:** las transformaciones locales son funciones del tipo:

  R(x,y):= f(A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k))

- En las convoluciones, **f** es una **combinación lineal** cualquiera. Pero...
- También puede ser interesante usar otras **funciones no lineales**.

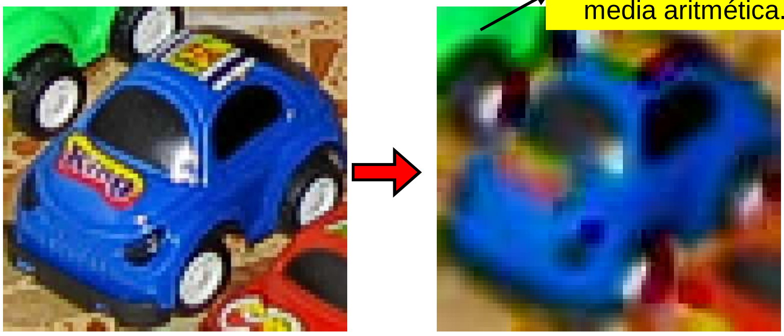
- **Ejemplo**, media geométrica.

  $$R(x,y) := \sqrt[4]{A(x-1,y-1)\cdot A(x,y-1)\cdot A(x-1,y)\cdot A(x,y)}$$

# 3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** Media geométrica de 5x5.

... muy parecido a la media aritmética...



- Aunque existen muchas (en teoría infinitas) posibles transformaciones no lineales, en la práctica no todas son útiles e interesantes.
- Las que más se usan son: **máximo**, **mínimo** y **mediana**.



# 3.3. Filtros no lineales.

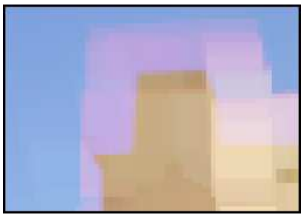
- **Filtro de Máximo:**
  R(x,y):= max {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}
  donde **k** es el radio, el tamaño (o *apertura*) es **2k+1**

# 3.3. Filtros no lineales.

- El resultado es un cierto efecto de **difuminación** y **aclaramiento** de la imagen. Desaparecen los detalles más oscuros.
- Si el **tamaño es grande**, pueden ocurrir dos efectos:

1. **Efecto de cuadriculado.** Como el máximo se aplica en una zona cuadrada, los píxeles muy claros *generan* un cuadrado uniforme alrededor.

2. **Aparición de colores falsos.** Al aplicarlo en los tres canales (R,G,B) independientemente, el máximo en los 3 puede no corresponder a un color presente en la imagen original.





# 3.3. Filtros no lineales.

- **Filtro de Mínimo:**
  R(x,y):= min {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}
  donde **k** es el radio, el tamaño (o *apertura*) es **2k+1**

Imagen de entrada

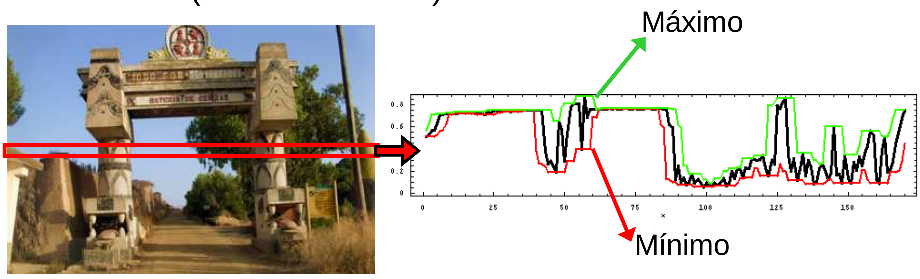
Mínimo, tamaño 3

Mín., tamaño 6

Mín., tamaño 12

# 3.3. Filtros no lineales.

- El efecto es **parecido** al máximo, pero tomando los valores menores (los más oscuros).




- **Ideas:**
  - Para evitar el **efecto de cuadriculado** se podría aplicar el máximo/mínimo a una zona circular.
  - Para evitar la aparición de **colores falsos** se podría tomar el máximo de las sumas de R+G+B.

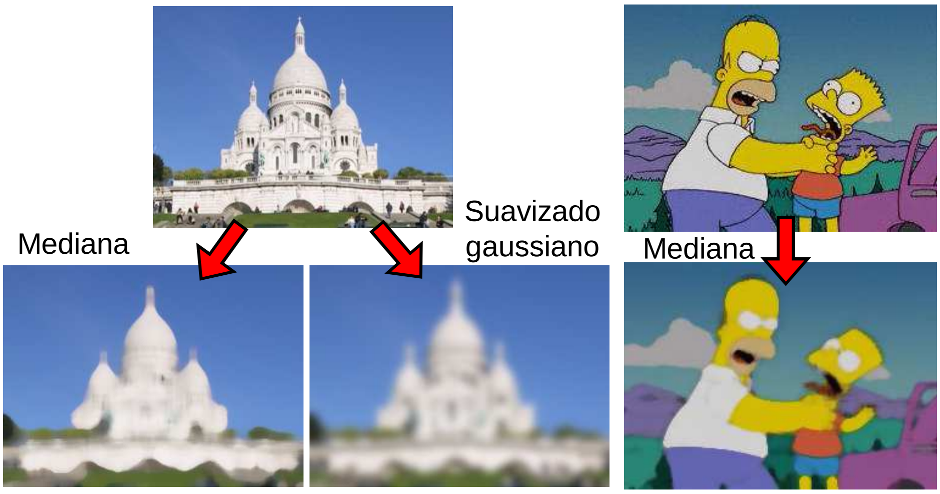


# 3.3. Filtros no lineales.

- Otro filtro relacionado es el de la **mediana**.
- **La mediana** de **m** números es un número **p** tal que $\lceil$**m**/2$\rceil$ de esos números son ≤ **p**, y otros $\lfloor$**m**/2$\rfloor$ son ≥ **p**.
  R(x,y):= mediana {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}

## 3.3. Filtros no lineales.

- La mediana produce un efecto de **suavizado**, aunque más "abrupto" en los bordes que la media y el suavizado gaussiano.

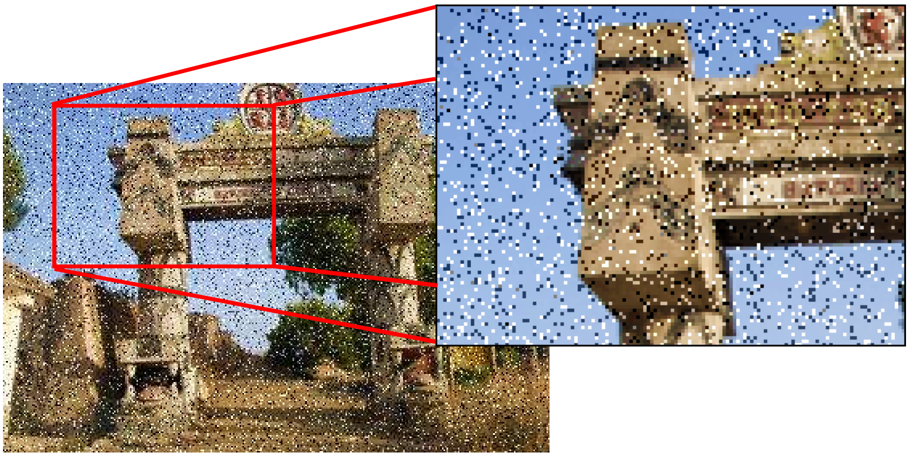



- Pero el verdadero interés es la **eliminación de ruido** puntual.



## 3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** El ruido denominado "sal y pimienta" es producido por picos de perturbación, positivos o negativos. Puede deberse a un canal ruidoso.



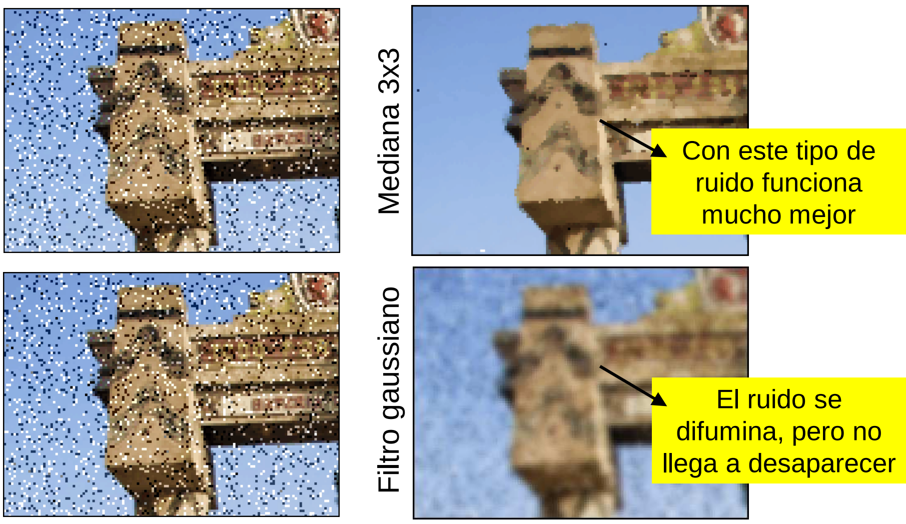
# 3.3. Filtros no lineales.

- Se puede intentar eliminar (o reducir) el ruido con un filtro gaussiano o con una mediana.




# 3.3. Filtros no lineales.

- Se puede intentar eliminar (o reducir) el ruido con un filtro gaussiano o con una mediana.



## 3.3. Filtros no lineales.

- **Otros ejemplos** de eliminación de ruido.

Mediana 7x7

Mediana 7x3

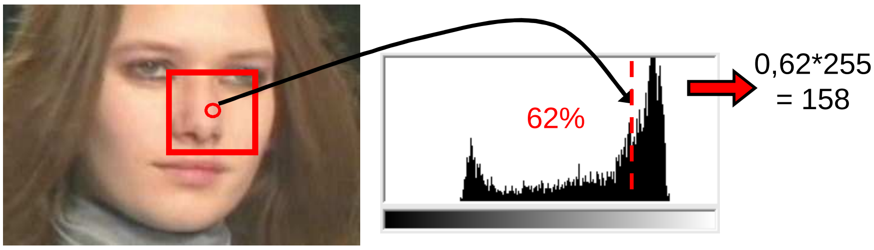


## 3.3. Filtros no lineales.

- **Más filtros no lineales:** recordar la ecualización local del histograma.
  - Considerar una **operación global** como el estiramiento, la ecualización del histograma o la umbralización.
  - **Globalmente** se calculan los parámetros y se aplican a **toda la imagen**: estiramiento (máximo y mínimo del histograma), ecualización (función de ecualización) y umbralización (umbral a aplicar).
  - En lugar de aplicarlos globalmente, calcular los **parámetros para cada punto**, usando una vecindad local.
  - Aplicar la transformación a cada punto, usando sus parámetros **específicos**.

## 3.3. Filtros no lineales.

- **Algoritmo. Ecualización local de tamaño axb:**
  1. Para cada punto (x,y) de la imagen A, calcular el histograma de una región rectangular desde (x-a, y-b) hasta (x+a, y+b) → H(v)
  2. Calcular el percentil del valor A(x,y), es decir: p:= (H(0)+H(1)+...H(A(x,y)))/((2a+1)(2b+1))
  3. Hacer R(x,y):= 255·p






## 3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** Ecualización local del histograma.

Imagen de entrada

Resolución: 299x202

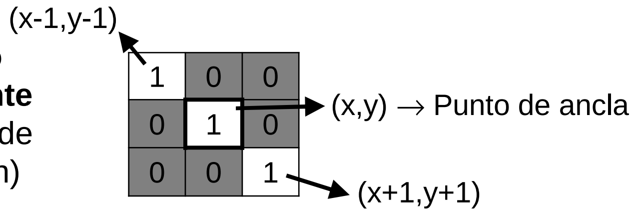
Tamaño: 25x25 Tamaño: 50x50 Tamaño: 120x120

- La misma idea se podría aplicar a umbralización y estiramiento.

## 3.4. Morfología matemática.

- Los **operadores de morfología matemática** son un conjunto de filtros locales sencillos, que se pueden combinar para obtener resultados más complejos.
- Originalmente, están definidos sobre **imágenes binarias**.
- La idea es muy parecida a una convolución, pero utilizando las **operaciones booleanas** AND y OR.
- **Ejemplo.** R(x,y):= A(x-1,y-1) AND A(x,y) AND A(x+1,y+1)

**Elemento estructurante**
(= máscara de convolución)





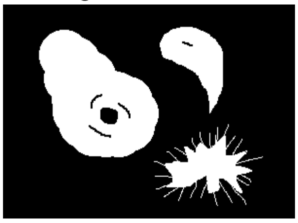

## 3.4. Morfología matemática.

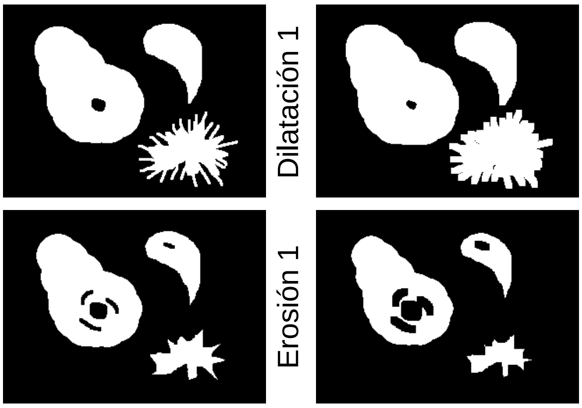
- El **elemento estructurante** define los píxeles que se usan en la operación y los que no.
- Dado un elemento estructurante, **E**, de cierta forma y tamaño, y una imagen binaria **B**, se definen dos **operaciones**:
  - **Dilatación B⊕E.** Combinar con OR los valores correspondientes a los píxeles 1 del elemento estructurante.
  - **Erosión B⊗E.** Combinar con AND los valores correspondientes a los píxeles 1 del elemento estructurante.
- La idea se puede generalizar a **imágenes no binarias**:
  - **Dilatación.** Combinar con Máximo.
  - **Erosión.** Combinar con Mínimo.

# 3.4. Morfología matemática.

- El efecto de la **dilatación** es **extender o ampliar** las regiones de la imagen con valor 1 (color blanco), mientras que la **erosión** las **reduce**.
- La cantidad depende del **tamaño** y **forma** del elemento estructurante y del **número de veces** que se aplican.
- **Ejemplo.**

Imagen de entrada





Dilatación 1

Dilatación 3

Erosión 1

Erosión 3

Elemento estructurante

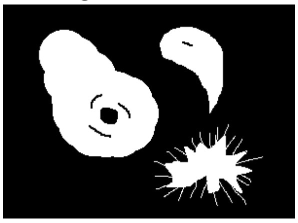
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

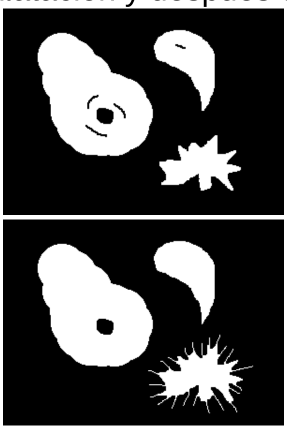


# 3.4. Morfología matemática.

- Existen otras dos **operaciones frecuentes** basadas en erosión y dilatación:
  - **Abrir.** Aplicar erosión y después dilatación: **(B⊗E)⊕E**
  - **Cerrar.** Aplicar dilatación y después erosión: **(B⊕E)⊗E**

Imagen de entrada





**Abrir:** desaparecen los puntos sueltos o estructuras finas

**Cerrar:** se rellenan los huecos negros de cierto tamaño

Elemento estructurante

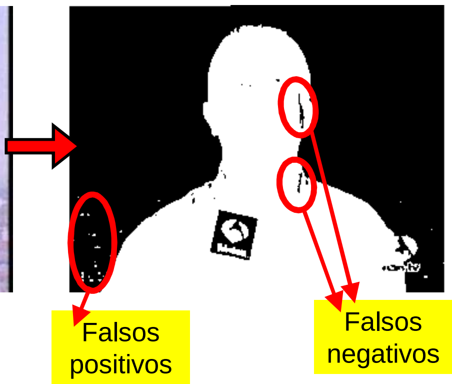
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

# 3.4. Morfología matemática.

- **Ejemplo. Segmentación de objetos.**
  Para segmentar un objeto del fondo usamos una simple umbralización. Funciona más o menos bien, pero aparecen algunos puntos mal clasificados.

Imagen de entrada

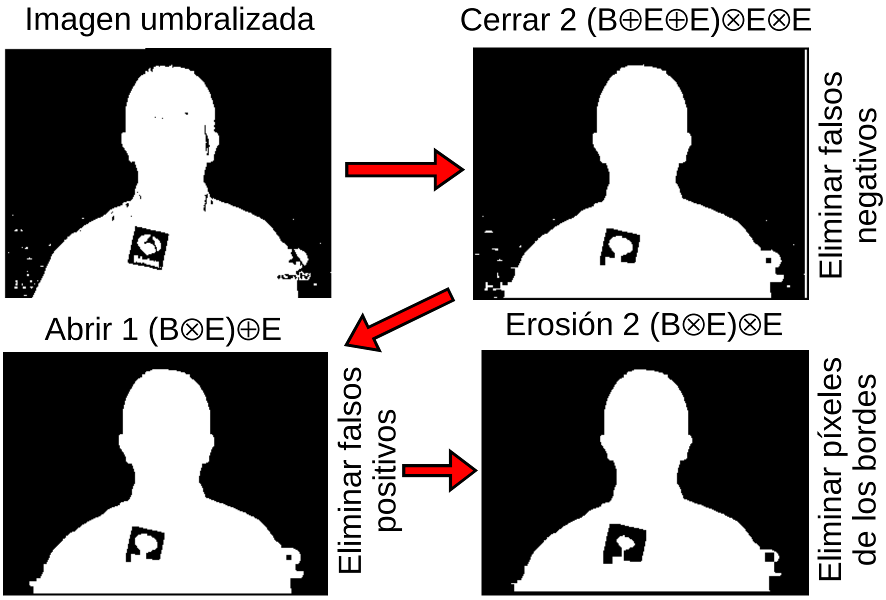
Umbralizada (u=130)




- Usar morfología para arreglar los falsos.

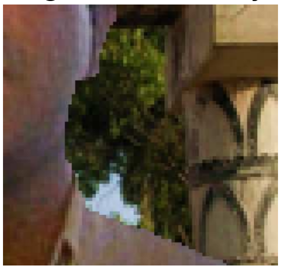


# 3.4. Morfología matemática.



# 3.4. Morfología matemática.

- El resultado es la **máscara** para segmentar el objeto.



- ¿Para qué se hacen las dos últimas erosiones?



# 3.4. Morfología matemática.

- En **imágenes no binarias**, el resultado de dilatación y erosión es parecido a las operaciones de máximo y mínimo.
- De hecho, es igual si el elemento estructurante es todo 1.

Imagen entrada

Erosión, 1

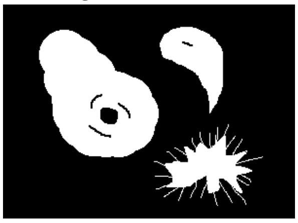
Dilatación, 3

Cierre, 2

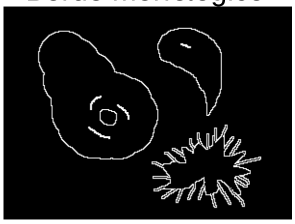
## 3.4. Morfología matemática.

- Existen otras operaciones de morfología, basadas en las elementales, que son útiles en análisis de imágenes.
- **Ejemplo 1. Borde morfológico: $(B \oplus E) - B$**

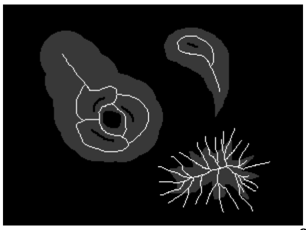
Imagen de entrada



Borde morfológico



- **Ejemplo 2. Adelgazamiento (*thinning*).** Aplicar una erosión, pero no eliminar el punto (no poner a 0) si se separa una región conexa en varias o si sólo queda un punto.





## 3. Filtros y transformaciones locales.

### Conclusiones:

- Las operaciones de **procesamiento local** son **esenciales** en mejora de imágenes, restauración, análisis, etc.
- Dos **categorías** básicas:
  - **Filtros lineales o convoluciones:** la salida es una combinación lineal de los píxeles en una vecindad → **Suavizado**, **bordes**, **perfilado**, etc.
  - **Filtros no lineales:** se usan funciones no lineales → **Máximo**, **mínimo**, operaciones de **morfología**, etc.
- Es posible **combinarlas** con operaciones de procesamiento global.
- La idea de “localidad” se puede extender a vídeo y a sonido, considerando la **dimensión temporal**.