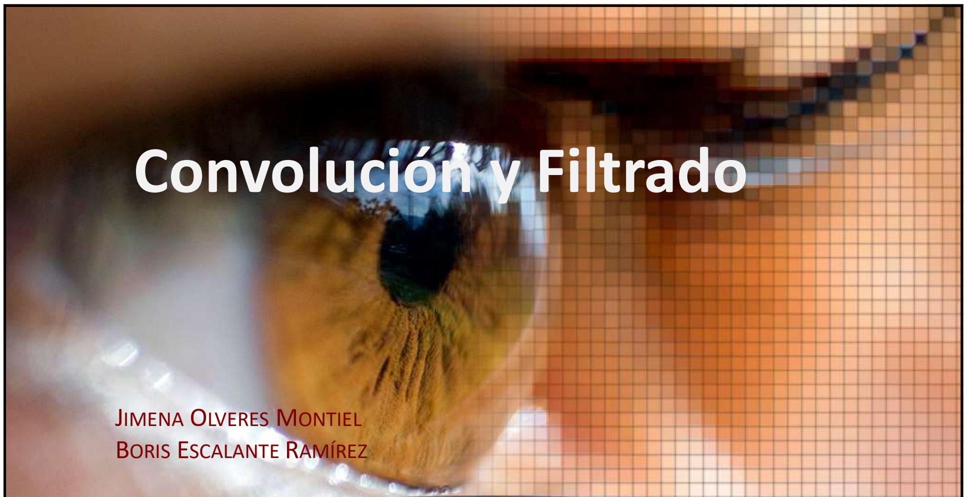


Convolución y Filtrado

JIMENA OLVERES MONTIEL

BORIS ESCALANTE RAMÍREZ

U.N.A.M. Facultad Ingeniería.

Laboratorio Avanzado de Procesamiento de Imágenes

Edificio de Posgrado e Investigación 2º piso,

Ciudad Universitaria, México, D.F., 04510

Tel: +52-55-56161719

http://lapi.fi-p.unam.mx

LaPI

LABORATORIO AVANZADO DE PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

1

1

Los métodos de procesamiento pueden dividirse en:

- **Métodos del espacio:**
  - Trabajan procesando directamente el arreglo de píxeles de entrada.
  - Se modifican directamente los píxeles de la imagen.
  - Se trata de algoritmos locales que transformarán o bien el valor de cada píxel tomado individualmente, o bien el de un pequeño conjunto de ellos.

- **Métodos de la frecuencia:**
  - Son costosos.
  - Basados en la frecuencia, se modificará la transformada de Fourier de la imagen, wavelet, coseno, etc..

Ambos enfoques no se excluyen mutuamente y de hecho en algunas aplicaciones debe usarse una combinación de ellos.

2

Los métodos de procesamiento pueden dividirse en:

- Dominio del espacio

- Dominio de la frecuencia (transformada de Fourier, del Coseno, wavelet, etc)

- u,v: coordenadas espaciales (plano imagen)
- p, q: frecuencias espaciales (frecuencia en la dirección de u y v respectivamente).
- h(u,v): respuesta al impulso (respuesta a un punto de luz intenso caracterizado por la función delta de Dirac.
- H(p,q): Función de transferencia del filtro.
- *: operador convolución

3

3.1. Filtros y convoluciones.

- **Recordatorio:** en las transformaciones **globales**, cada píxel de salida depende sólo de un píxel de entrada.

Entrada

90	67	75	78
92	87	78	82
45	83	80	130
39	69	115	154

Transf. global

Transf. local

Salida

62	68	78	81
102	89	76	85
83	109	80	111
69	92	115	120

- No se tiene en cuenta la relación de **vecindad** entre píxeles. El resultado no varía si los píxeles son *permutados* aleatoriamente y después *reordenados*.
- **Transformación local:** el valor de un píxel depende de la vecindad local de ese píxel.

4

3.1. Filtros y convoluciones.

- **Transformación global:**

  R(x,y):= f(A(x,y)) ó R(x,y):= f(A(x,y), B(x,y))

- **Filtros y transformaciones locales:**

  R(x,y):= f(A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k))

- **Ejemplo.** Filtro de la media.

  R(x,y):= (A(x-1,y-1)+A(x,y-1)+A(x-1,y)+A(x,y))/4

92	78	82
45	80	130
39	115	154

A

∑ / 4

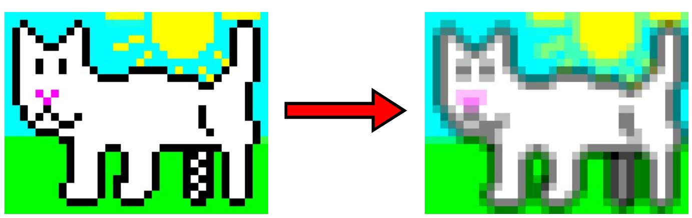
-	-	-
-	74	93
-	70	120

R

5

3.1. Filtros y convoluciones.

- **Ejemplo.** Entrada, **A** Salida, **R**



- **Resultado:** la imagen se *suaviza*, *difumina* o *emborrona*.
- Las transformaciones locales tienen sentido porque existe una relación de **vecindad** entre los píxeles.
- **Recordatorio:** un píxel representa una magnitud física en un punto de una escena → dos píxeles próximos corresponden a puntos cercanos de la escena → el mundo es "continuo" → los píxeles próximos tendrán valores parecidos.

6

3.1. Filtros y convoluciones.

- Un tipo interesante de transformaciones locales son las convoluciones discretas.
- **Convolución discreta:** transformación en la que el valor del píxel resultante es una **combinación lineal** de los valores de los píxeles vecinos en la imagen.
- **Ejemplo.** El filtro de la media es una convolución.

  R(x,y):= 1/4·A(x-1,y-1) + 1/4·A(x,y-1) + 1/4·A(x-1,y) + 1/4·A(x,y)

- **Otra forma de ver la convolución:** Matriz de coeficientes de la combinación lineal.

(x-1,y-1) (x,y-1)

1/4	1/4
1/4	1/4

(x-1,y) (x,y)

7

3.1. Filtros y convoluciones.

- La matriz de coeficientes es conocida como la **máscara o núcleo (*kernel*) de convolución**.
- **Idea intuitiva:** se pasa la máscara para todo píxel de la imagen, aplicando los coeficientes según donde caigan.

Máscara de convolución

·1/4	·1/4
·1/4	·1/4

¿Cuánto valen estos píxeles?

Imagen de entrada, **A**

92	78	82
45	80	130
39	115	154

Σ

Imagen de salida, **R**

8

3.1. Filtros y convoluciones.

- Sea **M** una máscara de convolución. Se puede definir como **array** [-k...k, -p...p] **de** real

En **X** la máscara va de -k a k, y en **Y** de -p a p. El punto central es (0,0)

- **Algoritmo.** Cálculo de una convolución.

  Denotamos la convolución como: R:= M⊗A

- **Entrada.** A: imagen de max_X x max_Y

  M: array [-k...k, -p...p] de real

- **Salida.** R: imagen de max_X x max_Y
- **Algoritmo:**

  para cada píxel (x, y) de la imagen A **hacer**

$$R(x, y) := \sum_{i=-k..k} \sum_{j=-p..p} M(i, j)\cdot A(x+i, y+j)$$

9

3.1. Filtros y convoluciones.

- **Ejemplos.** R:= M⊗A

Punto central o **ancla** (*anchor*)

M

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

M

1/9·

1	1	1
1	1	1
1	1	1

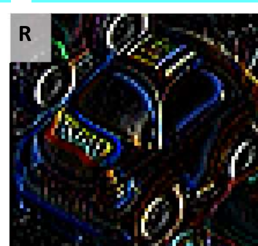
N

-1	1

El valor de un píxel es la media de los 9 píxeles circundantes

Igual que antes, pero factorizamos el múltiplo común (suma total = 1)

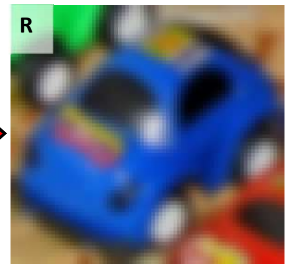
Restar al píxel el valor del píxel de la izquierda



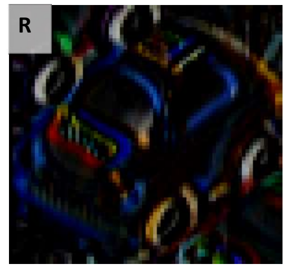
10

3.1. Filtros y convoluciones.

- Sobre una imagen se pueden aplicar **sucesivas operaciones** de convolución: ...M3⊗(M2⊗(M1⊗A)))



Máscara de media aplicada 4 veces



Máscara de media + máscara de resta

- **Ojo:** la **combinación de convoluciones** es equivalente a una sola convolución:

$$M2\otimes(M1\otimes A) = M\otimes A$$

11

3.1. Filtros y convoluciones.

- ¿Cómo calcular el resultado de la combinación?
- **Respuesta:** comprobar el efecto sobre una imagen sólo con el píxel central a UNO ("señal impulso").

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes 1/9\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes 1/9\cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 1/9\cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Máscara equivalente

12

3.1. Filtros y convoluciones.

- Análogamente, algunas convoluciones se pueden obtener combinando otras más simples: **núcleos separables.**
- **Ejemplo.**

$$\frac{1}{3}\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \otimes \frac{1}{3}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix} \otimes A = \frac{1}{9}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{bmatrix}\otimes A$$

- **Resultado:** el filtro de la media es separable.
  - En lugar de aplicar una máscara de 3x3 se pueden aplicar dos máscaras de 1x3 y 3x1 (**máscaras unidimensionales**).
  - Puede ser útil para hacer los cálculos más **eficientes**.

13

3.1. Filtros y convoluciones.

- ¿Qué hacer con los píxeles de los bordes?

$$\begin{bmatrix}\cdot 1/4 & \cdot 1/4\\ \cdot 1/4 & \cdot 1/4\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}9 & 4 & 8\\7 & 8 & 4\\3 & 2 & 2\end{bmatrix}$$

- **Posibilidades:**

1. Asignar un 0 en el resultado a los píxeles donde no cabe la máscara.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & 7 & 6\\ \mathbf{0} & 5 & 4\end{bmatrix}$$

2. Suponer que los píxeles que se salen tienen valor 0 (u otra constante).

$$\begin{bmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{3}\\ \mathbf{4} & 7 & 6\\ \mathbf{2} & 5 & 4\end{bmatrix}$$

3. Modificar la operación en los píxeles que no caben (variar el multiplicador).

$$\begin{bmatrix}\mathbf{9} & \mathbf{6} & \mathbf{6}\\ \mathbf{8} & 7 & 6\\ \mathbf{5} & 5 & 4\end{bmatrix}$$

4. Suponer que la imagen se extiende por los extremos (p.ej. como un espejo).

$$\begin{bmatrix}\mathbf{5} & \mathbf{4} & \mathbf{4}\\ \mathbf{7} & 7 & 6\\ \mathbf{8} & 5 & 4\end{bmatrix}$$

14

3.1. Filtros y convoluciones.

- Las convoluciones son una discretización de la idea de convolución usada en señales. (Repasar teoría de señales...)
- **Diferencias:** las convoluciones usadas aquí son discretas y bidimensionales.
- **Idea:** las máscaras de convolución son matrices de números → se pueden considerar, a su vez, como imágenes.
- **Propiedades:**
  - **Asociativa:** $M2 \otimes (M1 \otimes A) = (M2 \otimes M1) \otimes A$
  - **Conmutativa:** $M2 \otimes M1 \otimes A = M1 \otimes M2 \otimes A$
  - **Ojo:** al aplicar una convolución puede ocurrir **saturación** de píxeles. Si ocurre esto, el orden sí que puede ser importante.

15

3.2. Suavizado, perfilado y bordes.

- Aplicando distintos operadores de convolución es posible obtener **diferentes efectos**:
  - **Suavizado**: o difuminación de la imagen, reducir contrastes abruptos en la imagen.
  - **Perfilado**: resaltar los contrastes, lo contrario al suavizado.
  - **Bordes**: detectar zonas de variación en la imagen.
  - **Detección** de cierto tipo de características, como esquinas, segmentos, etc.
- Suavizado y perfilado son más habituales en **restauración y mejora** de imágenes.
- Bordes y detección de características suelen usarse más en **análisis de imágenes**.

16

3.2.1. Operadores de suavizado.

- El operador de suavizado más simple es la **convolución de media** (media aritmética).
- **Parámetros** del operador:
  - Ancho y alto de la región en la que se aplica: *w* x *h*.
  - Posición del ancla.
- Normalmente, *w* y *h* son impares y el ancla es el píxel central.
- La máscara es un simple array de unos de tamaño *w*x*h*.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Máscara de media de 3x3

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Media de 5x5

17

3.2.1. Operadores de suavizado.

- Cuanto mayor es la máscara, mayor es el efecto de **difuminación** de la imagen.

Imagen de entrada (340x230)

Media de 5x5

Media de 11x11

Media de 21x21

UNAM • TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS © MÉXICO, 2011

18

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ventajas** (respecto a otros suavizados):
  - Sencillo y rápido de aplicar.
  - Fácil definir un comportamiento para los **píxeles de los bordes**: tomar la media de los píxeles que quepan.
  - Recordatorio: el operador de media es **separable**.

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Media de 5x5
Total: 25 sumas $\rightarrow o(n^2)$

1	1	1	1	1

$\otimes$

1
1
1
1
1

Media de 5x1 y de 1x5
Total: 10 sumas $\rightarrow o(2n)$

19

3.2.1. Operadores de suavizado.

- En algunos casos puede ser interesante aplicar **suavizados direccionales**: horizontales, verticales o en cualquier dirección.

1	1	1	1	1

Media horizontal 5 píxeles

1
1
1

Media vertical 3p

0	0	1
0	1	0
1	0	0

Media diagonal 3p

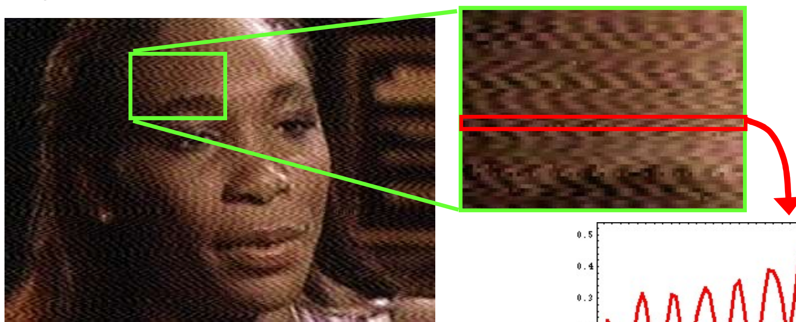

Media horiz. 31p

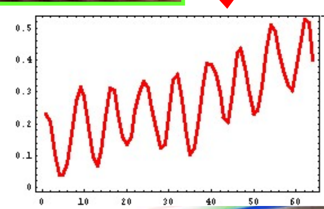

Media vert. 31p

20

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 1.** En una aplicación trabajamos con imágenes capturadas de TV. El canal tiene muchas interferencias, que provocan una oscilación cada 7 píxeles horizontales.
  ¿Cómo reducir el efecto de las interferencias?





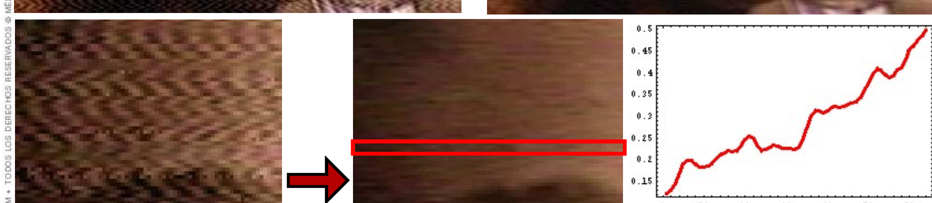
- **Idea:** Probar con una media horizontal de 7 píxeles...

21

3.2.1. Operadores de suavizado.

- Aplicación de media horizontal de 7 píxeles.

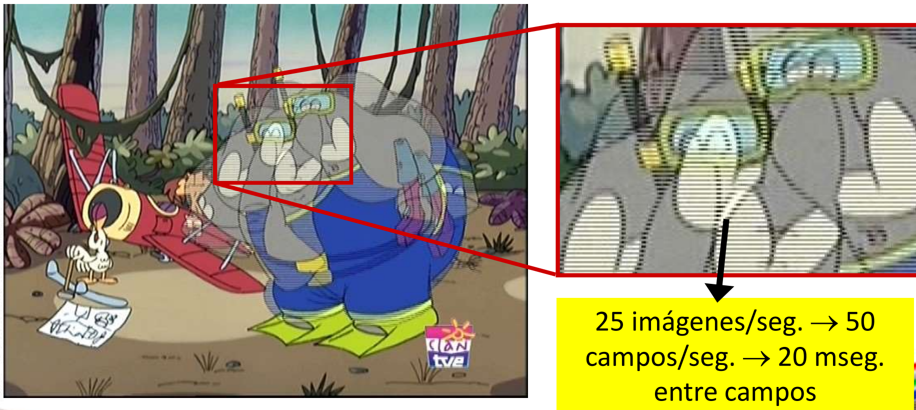
1	1	1	1	1	1	1



22

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 2. Entrelazado de vídeo:** para aumentar la frecuencia de refresco del vídeo se separan las líneas pares y las impares (1 **campo** (*field*)=1/2 imagen). Al capturar una imagen, se mezclan los campos produciendo efectos raros.



25 imágenes/seg. → 50 campos/seg. → 20 mseg. entre campos

23

3.2.1. Operadores de suavizado.

- Duplicar las filas pares (o las impares) y luego aplicar una media vertical de 2 píxeles (para interpolar).

1
1

Imagen entrelazada | Duplicadas filas pares | Suavizado vertical (interp.)

24

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 3. Efecto de niebla.** Dada una imagen bien definida, queremos simular una niebla (objetivo *empañado*).
- **Idea:** calcular una media ponderada entre la imagen original y un suavizado gaussiano de la imagen.

A. Imagen original

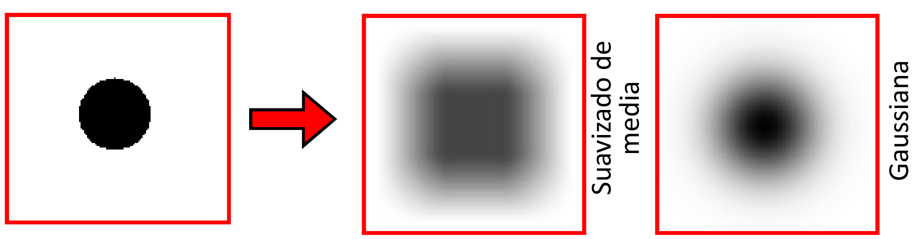
B. Suaviz. gauss. 40x40

Suma: 0,3**A**+0,7**B**

- Se puede conseguir el mismo resultado con una sola convolución. ¿Cuál sería la máscara equivalente?

3.2.1. Operadores de suavizado.

- Cuando se aplica la media con tamaños grandes se obtienen resultados **artificiosos** (a menudo **indeseados**).

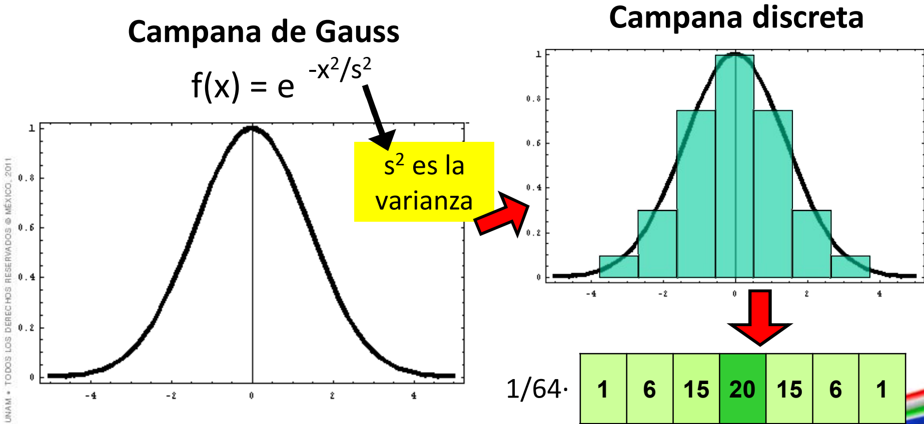


- **Motivo:** la media se calcula en una región cuadrada.
- Sería mejor aplicarla a una **región "redonda"**.
- O, mejor, usar suavizado gaussiano...

0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Suavizado gaussiano:** media ponderada, donde los pesos toman la forma de una campana de Gauss.
- **Ejemplo.** Suavizado gaussiano horizontal.



27

3.2.1. Operadores de suavizado.

- La **varianza**, s^2, indica el nivel de suavizado.
  - **Varianza grande:** campana más ancha, más suavizado.
  - **Varianza pequeña:** campana más estrecha, menos suavizado.
  - Se mide en píxeles.
- **Cálculo de la máscara gaussiana (1D):** calcular la función, discretizar en el rango, discretizar en el valor y calcular el multiplicador...
- ¿No existe una forma más rápida?
- **Idea:** el triángulo de Pascal.

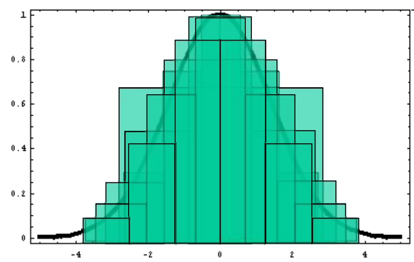
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

28

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **¡Magia!** Las filas del triángulo de Pascal forman discretizaciones de la campana de Gauss.

1/2·	1	1					
1/4·	1	2	1				
1/8·	1	3	3	1			
1/16·	1	4	6	4	1		
1/32·	1	5	10	10	5	1	
1/64·	1	6	15	20	15	6	1



¿Por qué ocurre así? Recordar el **teorema central del límite**...

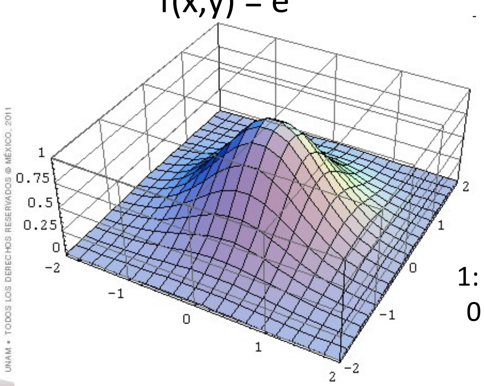
29

3.2.1. Operadores de suavizado.

- Normalmente, el suavizado gaussiano se aplica en dos dimensiones. Los pesos de la máscara dependen de la **distancia al píxel central**.

Campana de Gauss 2D

$$f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)/s^2}$$

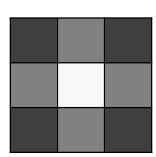


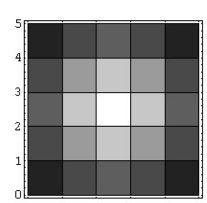
Máscara gaussiana de 3x3

1/16·

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1: blanco
0: negro



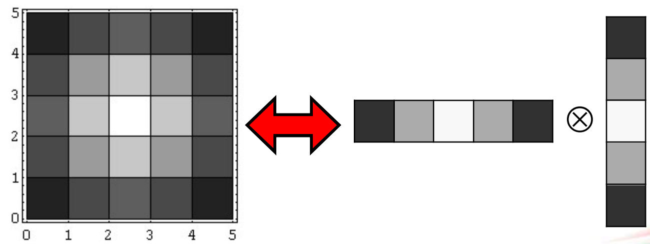


30

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Propiedad interesante:** el filtro gaussiano es separable.
- **Resultado:** se puede obtener un suavizado 2D aplicando dos máscaras gaussianas bidimensionales, una horizontal y otra vertical.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



31

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Comparación:** media y suavizado gaussiano, 2D.


Media de 11x11


Media de 21x21


Gaussiana 21x21


Gaussiana 41x41

32

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Comparación:** media y suavizado gaussiano, 1D.

Media horiz. 31p

Media vert. 31p

Gaussiana 61x1

Gaussiana 1x61

33

3.2.1. Operadores de suavizado.

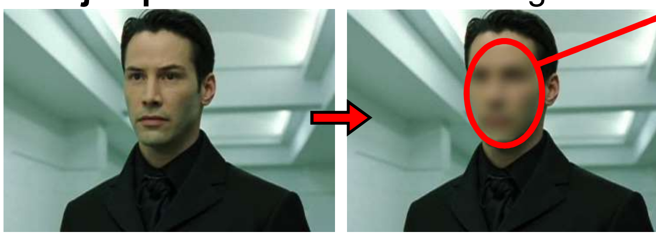
- **Resultados** de la comparación:
  - Para conseguir un mismo "**grado de suavizado**" la máscara gaussiana debe ser de mayor tamaño.

    → Se puede tomar como medida la **varianza** de la máscara correspondiente.
  - El efecto del suavizado gaussiano es más **natural** (más similar a un desenfoque) que la media.
    → Suele ser más habitual en procesamiento y análisis de imágenes.
  - Ambos filtros son **separables.**
    → Si la máscara es de nxn, pasamos de o(n^2) a o(2n).

34

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 1.** Protección de testigos.



Se aplica un suavizado pero sólo en cierta región de interés (**ROI**), en este caso elíptica.

¿Cómo encontrar la posición de la cara automáticamente?

- **Ejemplo 2.** Resaltar objetos de interés.

Se suaviza el fondo para destacar al personaje, simulando un desenfoque.

35

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 2b.** Simulación de efecto *tilt-shift*.

La imagen parece enfocada en una zona pequeña, simulando un efecto de **miniatura**.

36

3.2.1. Operadores de suavizado.

- **Ejemplo 3.** Sombra difusa.
  Añadir a una imagen **A** una etiqueta de texto **B**, con un efecto de sombra difuminada.

Umbralizar B, con nivel 10

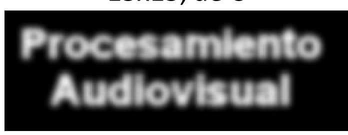
B

U

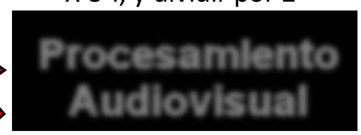
Suavizado gaussiano de 15x15, de U

Desplazar S en 7 píxeles en X e Y, y dividir por 2

S



D



Sumar U y D

M

3.2.1. Operadores de suavizado.

A

B

M

Multiplicar A por M, en posición (x_0, y_0)

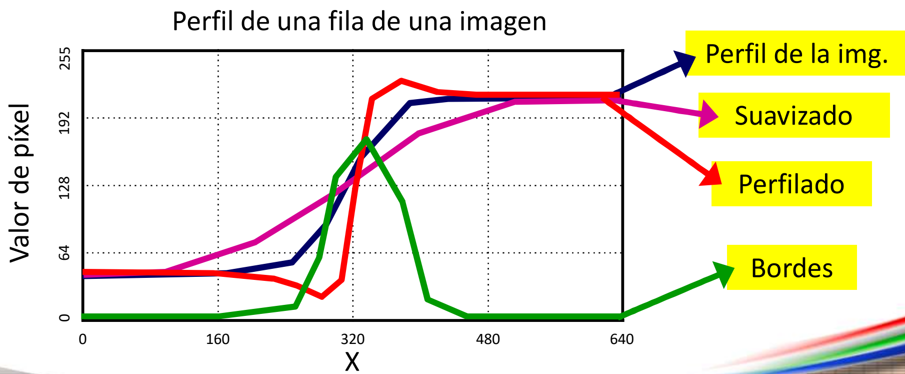
Sumar T y B, en posición (x_0, y_0)

T

R

3.2.2. Operadores de bordes.

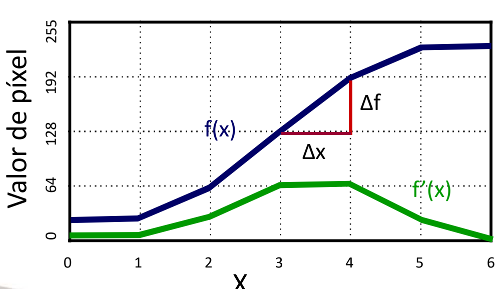
- **Perfilado** y **detección de bordes** están relacionados con el suavizado:
  - **Suavizado**: reducir las variaciones en la imagen.
  - **Perfilado**: aumentar las variaciones en la imagen.
  - **Bordes**: encontrar las zonas de variación.



39

3.2.2. Operadores de bordes.

- Matemáticamente, la variación de una función **f(x)** cualquiera viene dada por la **derivada** de esa función:
  - f'(x) > 0 : función creciente en X
  - f'(x) < 0 : función decreciente en X
  - f'(x) = 0 : función uniforme en X
- En nuestro caso, tenemos **funciones discretas**. La **"derivada discreta"** se obtiene calculando diferencias.



$$f'(x) = \Delta f / \Delta x$$

$$\underbrace{\Delta f = f(x)-f(x-1) \qquad \Delta x = 1}_{f'(x) = f(x) - f(x-1)}$$

- **Conclusión**: la derivada se calculará con máscaras del tipo:

-1	1

40

3.2.2. Operadores de bordes.

Máscara de derivada en X (M):

-1	1

Derivada en Y:

-1
1

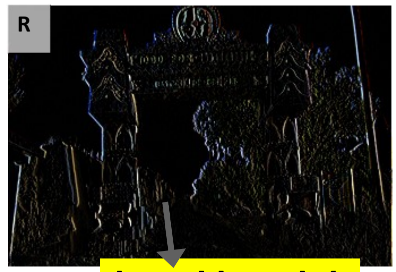
Derivadas en diagonales:

-1	0
0	1

0	-1
1	0

- **Ejemplo. Derivada en X.** R:= M⊗A

Imagen de entrada



Derivada en X (x2)

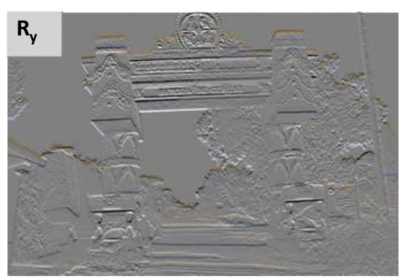
[0..255]-[0..255]= [-255..255]

41

3.2.2. Operadores de bordes.

- Los bordes decrecientes se saturan a 0...
- Podemos sumar 128 para apreciar mejor el resultado:
  - Gris (128): diferencia 0
  - Negro: decreciente
  - Blanco: creciente

Derivada X (+128)



Derivada Y (+128)

- Se produce una especie de "**bajorrelieve**" (*emboss*), que puede usarse en efectos especiales.

42

3.2.2. Operadores de bordes.

- Los operadores de bordes son muy **sensibles al ruido**.
- Es posible (y adecuado) **combinar** los operadores de **bordes** con **suavizados**.

-1	1

⊗

1	2	1
2	4	2
1	2	1

=

1	1	-1	-1
2	2	-2	-2
1	1	-1	-1

Derivada X (+128)

Suaviz. + Deriv. X

3.2.2. Operadores de bordes.

- Existen algunos **operadores** de bordes **estándar**.
- **Filtros de Prewitt:**

Filtro de Prewitt 3x3, derivada en X

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Filtro de Prewitt 3x3, derivada en Y

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

- **Filtros de Scharr:**

Filtro de Scharr 3x3, derivada en X

-3	0	3
-10	0	10
-3	0	3

Filtro de Scharr 3x3, derivada en Y

-3	-10	-3
0	0	0
3	10	3

3.2.2. Operadores de bordes.

- **Filtros de Sobel:** se construyen usando la derivada de la gaussiana.

Filtro de Sobel 3x3, derivada en X

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Filtro de Sobel 3x3, derivada en Y

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

- Además, el filtro de Sobel permite calcular derivadas conjuntas en X e Y, derivadas segundas, terceras, etc.
- **Ejemplo.** Derivada segunda en X.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

3.2.2. Operadores de bordes.

- **Ejemplos.**

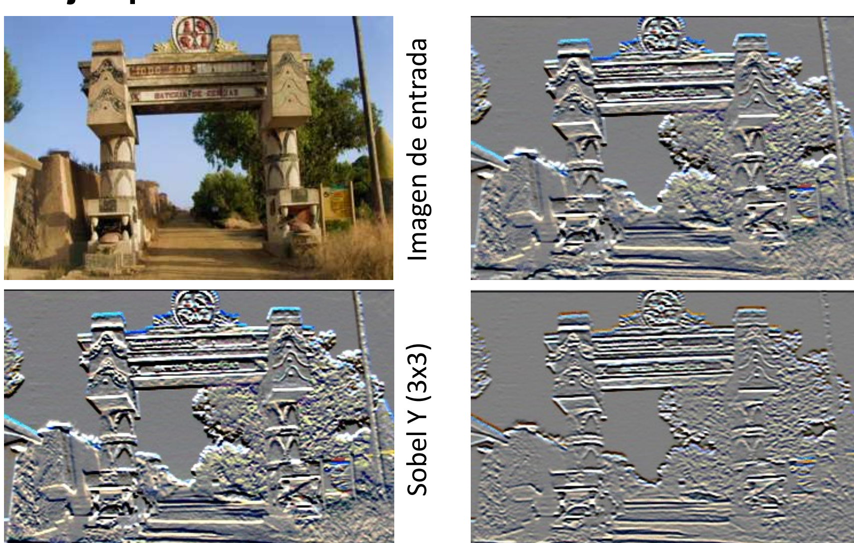


Imagen de entrada

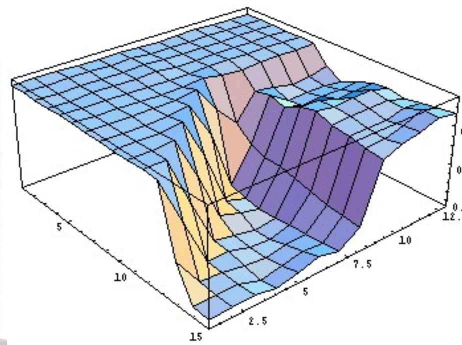
Prewitt Y (3x3)

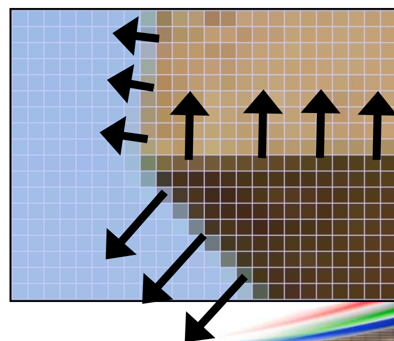
Sobel Y (3x3)

Sobel 2ª deriv. Y

3.2.2. Operadores de bordes.

- Realmente, en dos o más dimensiones, en lugar de la derivada tiene más sentido el concepto de **gradiente**.
- ¿Qué es el gradiente? → Repasar cálculo...
- **El gradiente** indica la dirección de máxima variación de una función (en 2D, la máxima pendiente).

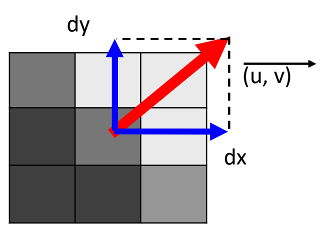




47

3.2.2. Operadores de bordes.

- El **gradiente** en un punto es un vector $\overrightarrow{(u, v)}$:
  - **Ángulo:** dirección de máxima variación.
  - **Magnitud:** intensidad de la variación.

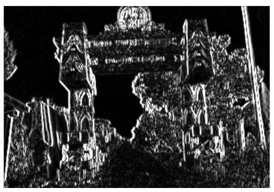


- El **gradiente** está relacionado con las **derivadas**:
  - u = Derivada en X del punto
  - v = Derivada en Y del punto
  - Teniendo dy y dx, ¿cuánto vale el ángulo y la magnitud?

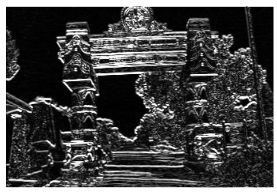
48

3.2.2. Operadores de bordes.

- **Cálculo del gradiente:**
  - Calcular **derivada en X: Dx** (por ejemplo, con un filtro de Sobel, Prewitt,...)
  - Calcular **derivada en Y: Dy**
  - **Magnitud** del gradiente: $\sqrt{Dx^2 + Dy^2}$
  - **Ángulo** del gradiente: atan2 (Dy, Dx)



Valor absoluto de derivada en X (Sobel de 3x3)



Valor absoluto de derivada en Y (Sobel de 3x3)

Magnitud del gradiente

49

3.2.2. Operadores de bordes.

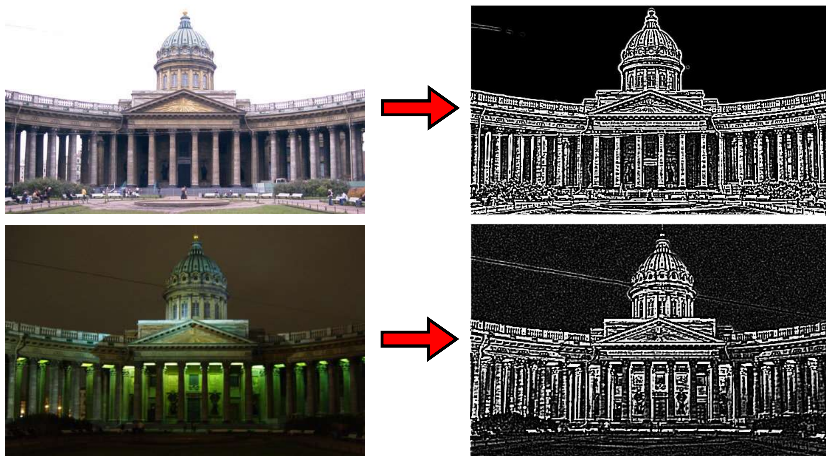
- El gradiente da lugar al concepto de **borde**.
- Un **borde** en una imagen es una curva a lo largo de la cual el gradiente es máximo.

El borde es perpendicular a la dirección del gradiente.

50

3.2.2. Operadores de bordes.

- Los bordes de una escena son **invariantes a cambios** de luminosidad, color de la fuente de luz, etc. → En **análisis de imágenes** usar los bordes (en lugar de las originales).



51

3.2.2. Operadores de bordes.

- **Otras formas de calcular los bordes:**

1. Calcular la derivada en diferentes direcciones: D_1, D_2, D_3, D_4.
2. Para cada punto, la magnitud del gradiente es la derivada de máximo valor absoluto:
   $G(x,y) := \max \{|D_1(x,y)|, |D_2(x,y)|, |D_3(x,y)|, |D_4(x,y)|\}$
3. La dirección del gradiente viene dada por el ángulo que ha producido el máximo:
   $A(x,y) := \operatorname{argmax} \{|D_1(x,y)|, |D_2(x,y)|, |D_3(x,y)|, |D_4(x,y)|\}$

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

D_1: N-S

-1	-1	0
-1	0	1
0	1	1

D_2: NE-SO

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

D_3: E-O

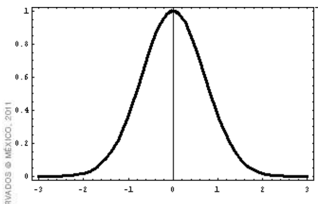
0	1	1
-1	0	1
-1	-1	0

D_4: SE-NO

52

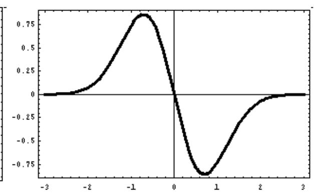
3.2.2. Operadores de bordes.

- Otra forma más sencilla (aproximada) es usar máscaras de convolución adecuadas, por ejemplo de **Laplace**.
- La **función de Laplace** es la segunda derivada de la gaussiana.



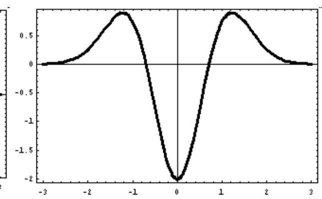
$f(x) = e^{-x^2/s^2}$

Másc. Gaussiana Operador de suavizado



$df(x)/dx$

Másc. Sobel
Operador de derivación



$d^2f(x)/dx^2$

Másc. Laplaciana
Operador de gradiente

53

3.2.2. Operadores de bordes.

- La máscara **laplaciana** se define usando la función de Laplace.
- Ejemplos de **máscaras de Laplace**.

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

"Diferencia entre el píxel central y la media de sus vecinos..."

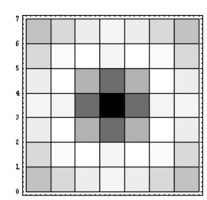


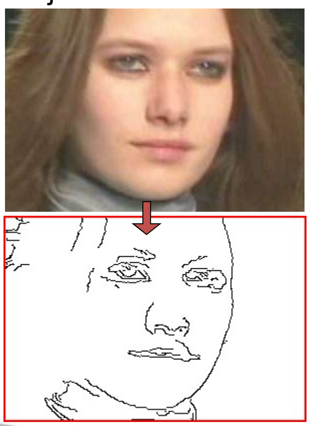
Imagen de entrada

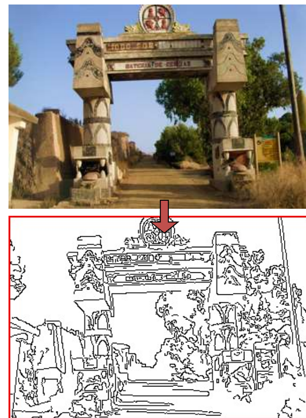
Laplaciana 2 (3x3)

54

3.2.2. Operadores de bordes.

- **Detector de bordes de Canny**:
  - No sólo usa convoluciones (operadores de gradiente), sino que busca el **máximo gradiente** a lo largo de un borde.
  - El resultado es una **imagen binaria** (borde/no borde), ajustable mediante un umbral.





55

3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Perfilado:** destacar y hacer más visibles las variaciones y bordes de la imagen. Es lo contrario al suavizado.
- Permite eliminar la apariencia borrosa de las imágenes, debida a imperfecciones en las lentes.
- ... aunque tampoco se pueden hacer milagros...

← Suavizado Original Perfilado →

56

3.2.3. Operadores de perfilado.

- El perfilado se puede conseguir sumando a la imagen **original**, la **laplaciana** ponderada por cierto factor.
- Lo cual equivale a usar una máscara de convolución adecuada:

$$1 \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}}_{\text{Laplaciana}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Identidad}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}}_{\text{Perfilado}}$$

- Más o menos perfilado dando distintos pesos, **a**.

$$a \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a & 0 \\ -a & 4a+1 & -a \\ 0 & -a & 0 \end{bmatrix}$$

Ojo: la función cvLaplace usa máscaras "invertidas", luego **a** debe ser < 0

57

3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Ejemplos.** Variando pesos y tamaño de la laplaciana.

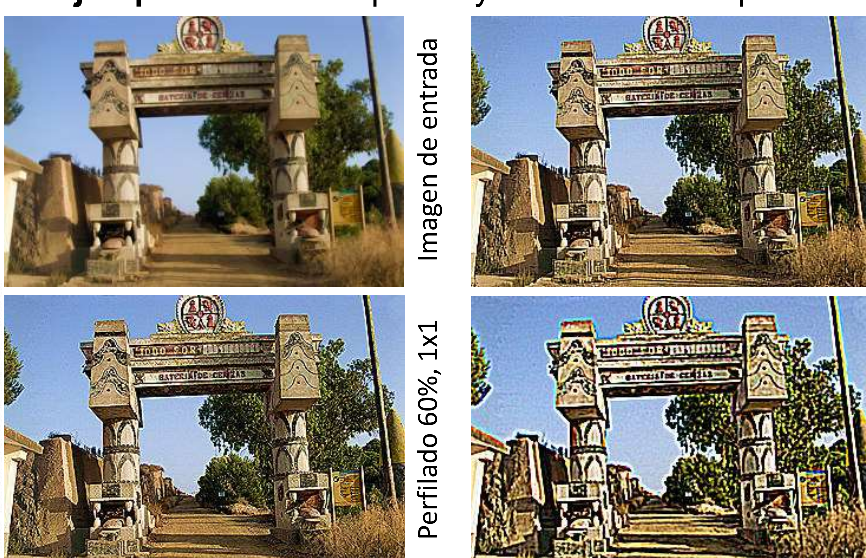


Imagen de entrada

Perfilado 33%, 3x3

Perfilado 60%, 1x1

Perfilado 15%, 7x7

58

3.2.3. Operadores de perfilado.

- **Cuidado con el perfilado.** La operación de perfilado aumenta el nivel de ruido de la imagen.

Imagen con ruido por interferencias TV

Perfilado 33%, 3x3

Imagen con ruido por compresión JPEG

Perfilado 60%, 3x3

59

3.2. Suavizado, perfilado y bordes.

Conclusiones:

- Las **convoluciones** son una herramienta fundamental en procesamiento de imágenes.
  - **Una misma base común**: combinaciones lineales de una vecindad local de los píxeles (de cierto tamaño).
  - **Diversos usos**: según los valores de los coeficientes: suavizado, eliminación de ruido, bordes, perfilado, etc.
- Se pueden definir **operaciones similares** sobre **vídeo** (usando la dimensión temporal, por ejemplo, suavizado a lo largo del tiempo), y sobre **audio digital** (por ejemplo, suavizado de la señal o introducción de eco).
- Es importante conocer el **significado matemático** de los procesos aplicados (derivadas, gradientes, integrales,...).

60

3.3. Filtros no lineales.

- **Recordatorio:** las transformaciones locales son funciones del tipo:

  $R(x,y) := f(A(x-k,y-k), \ldots, A(x,y), \ldots, A(x+k,y+k))$

- En las convoluciones, **f** es una **combinación lineal** cualquiera. Pero...
- También puede ser interesante usar otras **funciones no lineales**.

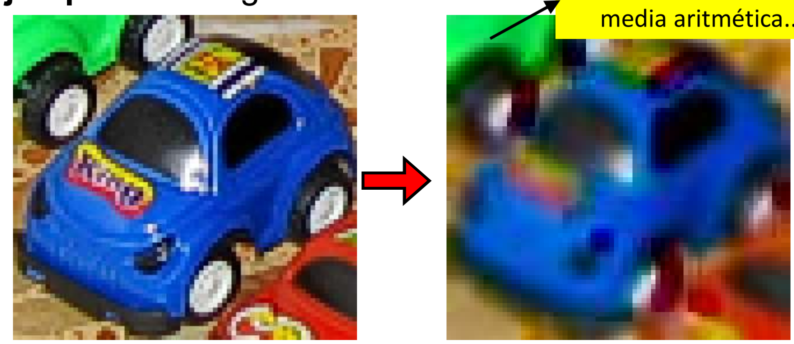
- **Ejemplo**, media geométrica.

  $R(x,y) := \sqrt[4]{A(x-1,y-1)\cdot A(x,y-1)\cdot A(x-1,y)\cdot A(x,y)}$

61

3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** Media geométrica de 5x5.



- Aunque existen muchas (en teoría infinitas) posibles transformaciones no lineales, en la práctica no todas son útiles e interesantes.
- Las que más se usan son: **máximo**, **mínimo** y **mediana**.

62

3.3. Filtros no lineales.

- **Filtro de Máximo:**
  R(x,y):= max {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}
  donde **k** es el radio, el tamaño (o *apertura*) es **2k+1**

Imagen de entrada

Máximo, tamaño 3

Máx., tamaño 6

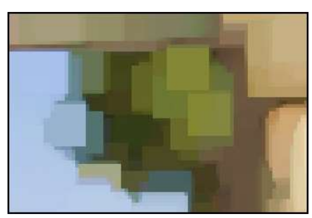
Máx., tamaño 12

63

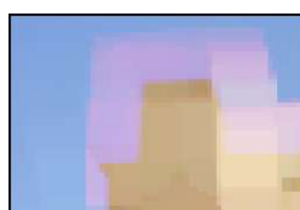
3.3. Filtros no lineales.

- El resultado es un cierto efecto de **difuminación** y **aclaramiento** de la imagen. Desaparecen los detalles más oscuros.
- Si el **tamaño es grande**, pueden ocurrir dos efectos:

1. **Efecto de cuadriculado.** Como el máximo se aplica en una zona cuadrada, los píxeles muy claros *generan* un cuadrado uniforme alrededor.



2. **Aparición de colores falsos.** Al aplicarlo en los tres canales (R,G,B) independientemente, el máximo en los 3 puede no corresponder a un color presente en la imagen original.



64

3.3. Filtros no lineales.

- **Filtro de Mínimo:**
  R(x,y):= min {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}
  donde **k** es el radio, el tamaño (o *apertura*) es **2k+1**

Imagen de entrada

Mínimo, tamaño 3

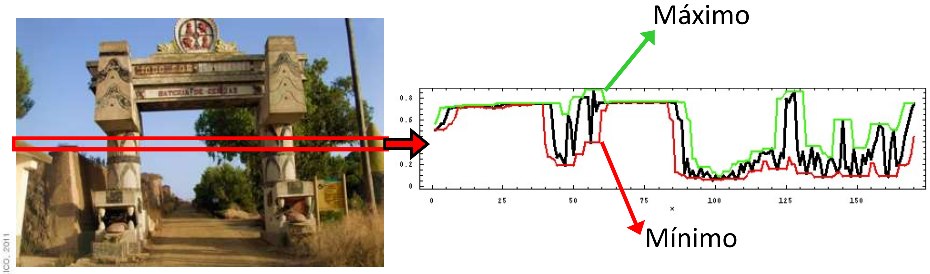
Mín., tamaño 6

Mín., tamaño 12

65

3.3. Filtros no lineales.

- El efecto es **parecido** al máximo, pero tomando los valores menores (los más oscuros).



- **Ideas:**
  - Para evitar el **efecto de cuadriculado** se podría aplicar el máximo/mínimo a una zona circular.
  - Para evitar la aparición de **colores falsos** se podría tomar el máximo de las sumas de R+G+B.

66

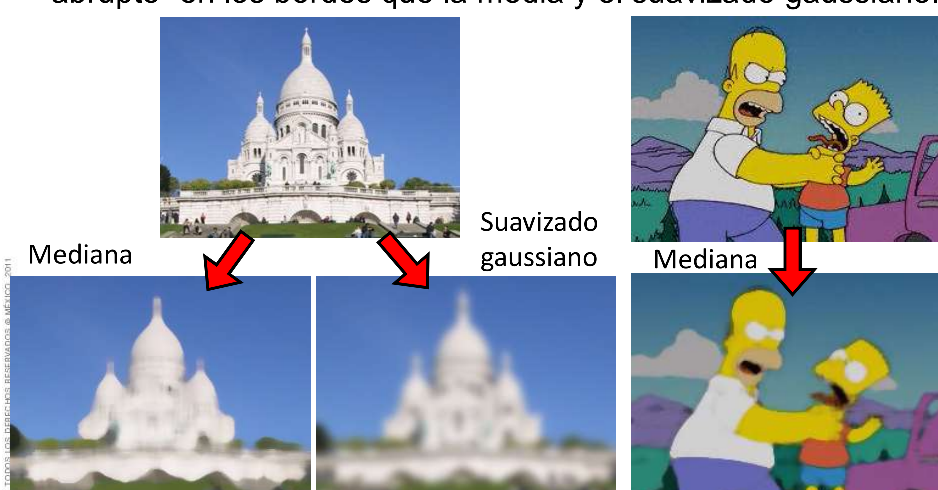
3.3. Filtros no lineales.

- Otro filtro relacionado es el de la **mediana**.
- **La mediana** de **m** números es un número **p** tal que ⌈**m**/2⌉ de esos números son ≤ **p**, y otros ⌊**m**/2⌋ son ≥ **p**.
  R(x,y):= mediana {A(x-k,y-k), ..., A(x,y), ..., A(x+k,y+k)}

67

3.3. Filtros no lineales.

- La mediana produce un efecto de **suavizado**, aunque más "abrupto" en los bordes que la media y el suavizado gaussiano.

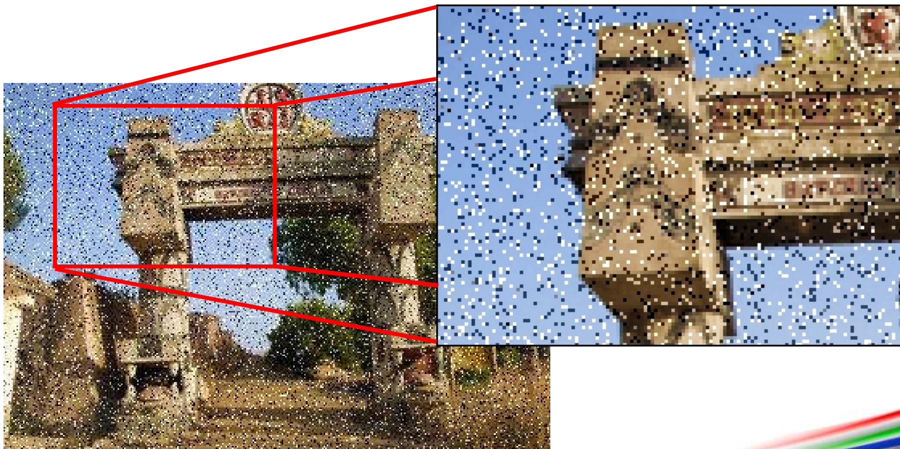


- Pero el verdadero interés es la **eliminación de ruido** puntual.

68

3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** El ruido denominado “sal y pimienta” es producido por picos de perturbación, positivos o negativos. Puede deberse a un canal ruidoso.



69

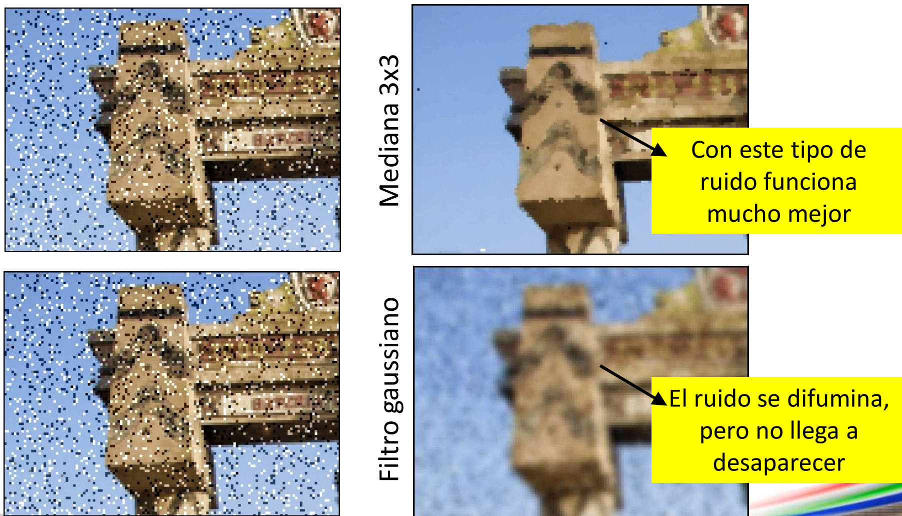
3.3. Filtros no lineales.

- Se puede intentar eliminar (o reducir) el ruido con un filtro gaussiano o con una mediana.

70

3.3. Filtros no lineales.

- Se puede intentar eliminar (o reducir) el ruido con un filtro gaussiano o con una mediana.



71

3.3. Filtros no lineales.

- **Otros ejemplos** de eliminación de ruido.

72

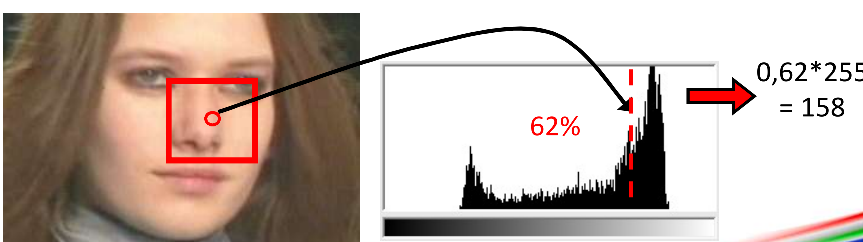
3.3. Filtros no lineales.

- **Más filtros no lineales:** recordar la ecualización local del histograma.
  - Considerar una **operación global** como el estiramiento, la ecualización del histograma o la umbralización.
  - **Globalmente** se calculan los parámetros y se aplican a **toda la imagen**: estiramiento (máximo y mínimo del histograma), ecualización (función de ecualización) y umbralización (umbral a aplicar).
  - En lugar de aplicarlos globalmente, calcular los **parámetros para cada punto**, usando una vecindad local.
  - Aplicar la transformación a cada punto, usando sus parámetros **específicos**.

73

3.3. Filtros no lineales.

- **Algoritmo. Ecualización local de tamaño axb:**
  1. Para cada punto (x,y) de la imagen A, calcular el histograma de una región rectangular desde (x-a, y-b) hasta (x+a, y+b) → H(v)
  2. Calcular el percentil del valor A(x,y), es decir: p:= (H(0)+H(1)+...H(A(x,y)))/((2a+1)(2b+1))
  3. Hacer R(x,y):= 255·p



74

3.3. Filtros no lineales.

- **Ejemplo.** Ecualización local del histograma.

Imagen de entrada

Resolución: 299x202

Tamaño: 25x25 | Tamaño: 50x50 | Tamaño: 120x120

- La misma idea se podría aplicar a umbralización y estiramiento.

75

3.4. Morfología matemática.

- Los **operadores de morfología matemática** son un conjunto de filtros locales sencillos, que se pueden combinar para obtener resultados más complejos.
- Originalmente, están definidos sobre **imágenes binarias**.
- La idea es muy parecida a una convolución, pero utilizando las **operaciones booleanas** AND y OR.
- **Ejemplo.** R(x,y):= A(x-1,y-1) AND A(x,y) AND A(x+1,y+1)

Elemento estructurante (= máscara de convolución)

(x-1,y-1)

1	0	0
0	$\boxed{1}$	0
0	0	1

(x,y) → Punto de ancla

(x+1,y+1)

76

3.4. Morfología matemática.

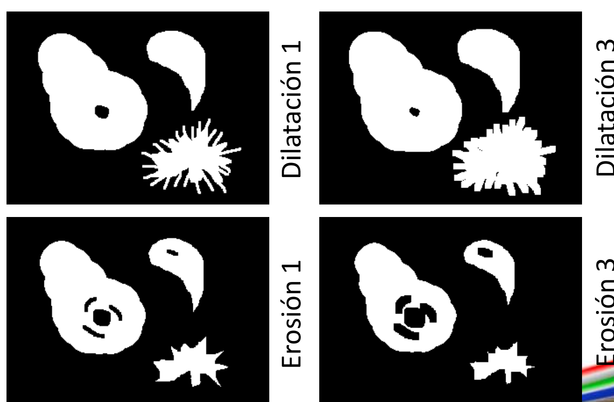
- El **elemento estructurante** define los píxeles que se usan en la operación y los que no.
- Dado un elemento estructurante, **E**, de cierta forma y tamaño, y una imagen binaria **B**, se definen dos **operaciones**:
  – **Dilatación B⊕E.** Combinar con OR los valores correspondientes a los píxeles 1 del elemento estructurante.
  – **Erosión B⊗E.** Combinar con AND los valores correspondientes a los píxeles 1 del elemento estructurante.
- La idea se puede generalizar a **imágenes no binarias**:
  – **Dilatación.** Combinar con Máximo.
  – **Erosión.** Combinar con Mínimo.

77

3.4. Morfología matemática.

- El efecto de la **dilatación** es **extender o ampliar** las regiones de la imagen con valor 1 (color blanco), mientras que la **erosión** las **reduce**.
- La cantidad depende del **tamaño** y **forma** del elemento estructurante y del **número de veces** que se aplican.
- **Ejemplo.**

Imagen de entrada



Elemento estru

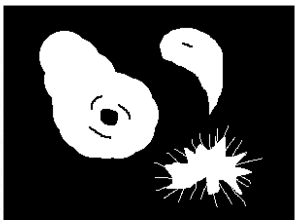
1	1	1
1	1	1
1	1	1

78

3.4. Morfología matemática.

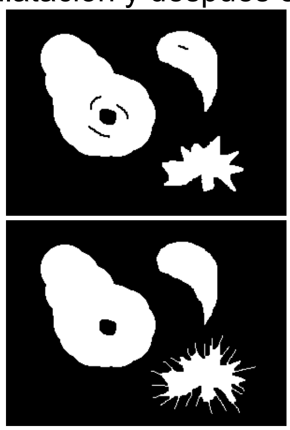
- Existen otras dos **operaciones frecuentes** basadas en erosión y dilatación:
  - **Abrir.** Aplicar erosión y después dilatación: **(B⊗E)⊕E**
  - **Cerrar.** Aplicar dilatación y después erosión: **(B⊕E)⊗E**

Imagen de entrada



Elemento estructurante

1	1	1
1	1	1
1	1	1



Abrir: desaparecen los puntos sueltos o estructuras finas

Cerrar: se rellenan los huecos negros de cierto tamaño

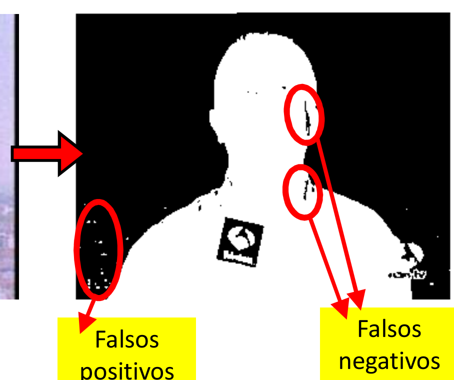
79

3.4. Morfología matemática.

- **Ejemplo. Segmentación de objetos.**
  Para segmentar un objeto del fondo usamos una simple umbralización. Funciona más o menos bien, pero aparecen algunos puntos mal clasificados.

Imagen de entrada

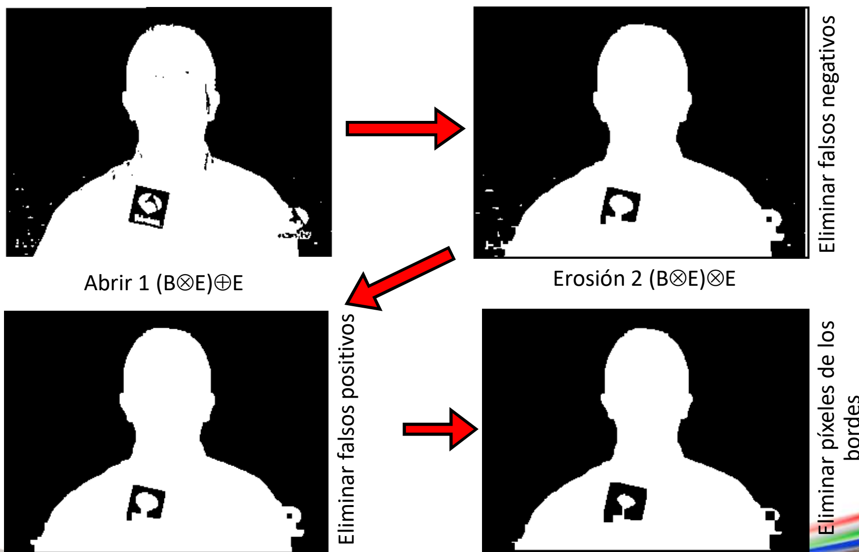
Umbralizada (u=130)



- Usar morfología para arreglar los falsos.

80

3.4. Morfología matemática.



81

3.4. Morfología matemática.

- El resultado es la **máscara** para segmentar el objeto.

- ¿Para qué se hacen las dos últimas erosiones?

82

3.4. Morfología matemática.

- En **imágenes no binarias**, el resultado de dilatación y erosión es parecido a las operaciones de máximo y mínimo.
- De hecho, es igual si el elemento estructurante es todo 1.

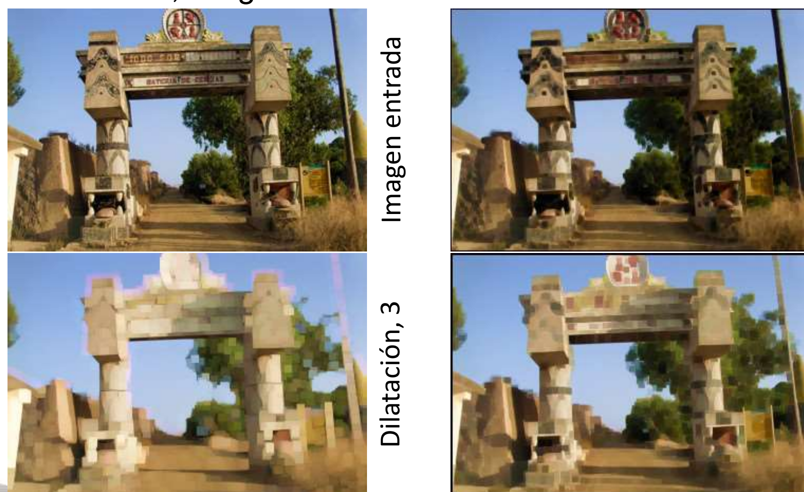


Imagen entrada

Erosión, 1

Dilatación, 3

Cierre, 2

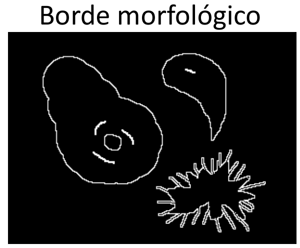
83

3.4. Morfología matemática.

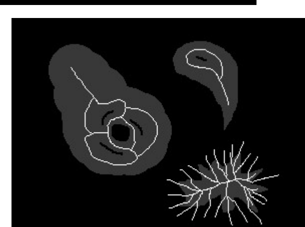
- Existen otras operaciones de morfología, basadas en las elementales, que son útiles en análisis de imágenes.
- **Ejemplo 1. Borde morfológico: (B⊕E) - B**

Imagen de entrada

Borde morfológico



- **Ejemplo 2. Adelgazamiento (*thinning*).** Aplicar una erosión, pero no eliminar el punto (no poner a 0) si se separa una región conexa en varias o si sólo queda un punto.



84

3. Filtros y transformaciones locales.

Conclusiones:

- Las operaciones de **procesamiento local** son **esenciales** en mejora de imágenes, restauración, análisis, etc.
- Dos **categorías** básicas:
  - **Filtros lineales o convoluciones:** la salida es una combinación lineal de los píxeles en una vecindad → **Suavizado**, **bordes**, **perfilado**, etc.
  - **Filtros no lineales:** se usan funciones no lineales → **Máximo**, **mínimo**, operaciones de **morfología**, etc.
- Es posible **combinarlas** con operaciones de procesamiento global.
- La idea de "localidad" se puede extender a vídeo y a sonido, considerando la **dimensión temporal**.

85