

Procesamiento Digital de Imágenes

Práctica 6

“Filtros de Wiener”

Dr. Boris Escalante R.

26 de Noviembre, 2006

Reglas generales para el desarrollo de las Prácticas de Laboratorio.

- El reporte de las prácticas constará de las secciones: objetivo, introducción, desarrollo (incluyendo cálculos si es el caso), resultados, conclusiones, código fuente y bibliografía.
- Las prácticas deben ser originales, es decir, se sancionará a los equipos o autores de prácticas idénticas, incluyendo si fueron copiadas de prácticas de semestres anteriores.
- Se recomienda trabajar en MATLAB ya que podrán obtener asesoría sobre el uso de comandos de este paquete. Esto no significa que no puedan usar otras herramientas, sin embargo, no estará garantizada la asesoría en estos casos.
- El desarrollo de la práctica es trabajo de casa. El día de entrega de la práctica deberán llegar preparados, con el reporte elaborado e impreso. No se reciben reportes en formato electrónico. Durante ese día solo se revisará la práctica, se verificará el funcionamiento de los programas, sus resultados y las conclusiones que hayan obtenido con el fin de corroborar que el objetivo de la práctica se haya logrado.

1. Objetivos

- De acuerdo al modelo de degradación que sufre una serie de imágenes, encontrar y aplicar el filtro de Wiener adecuado para la restauración óptima de cada imagen.

2. Introducción

El objetivo de un filtro de Wiener es estimar una función o imagen \hat{f} de una imagen \bar{f} que ha sido sometida a un proceso de degradado. Un filtro de Wiener \bar{W} se diseña de tal manera que su salida \hat{f} sea lo más parecida posible a la imagen de referencia \bar{f} . Para ello se considera que la imagen y el ruido son procesos aleatorios. El parecido entre la imagen de referencia y la restaurada se puede medir usando el error cuadrático medio (MSE) el cual está dado por:

$$MSE = E\{|\varepsilon(n)|^2\} = E\{|\bar{f} - \hat{f}|^2\} \quad (1)$$

donde $E\{\cdot\}$ es el valor esperado. Se asume que el ruido y la imagen no están correlacionados; que uno o el otro tiene media cero y que los niveles de gris en la estimación son una función lineal de los niveles de gris en la imagen degradada. La imagen restaurada estará dada por:

$$\hat{f} = \bar{W}\bar{g} \quad (2)$$

donde \bar{g} es la imagen después de haber sufrido algún tipo de degradado (ruido, pérdida de nitidez, etc). La Ec. 2 se puede sustituir en la Ec. 1 para obtener:

$$MSE = E\{|\bar{f} - \bar{W}\bar{g}|^2\} \quad (3)$$

En esta última ecuación podemos observar que la restauración será óptima cuando la diferencia entre \hat{f} y \bar{f} sea mínima, i.e. se minimice el MSE. La minimización del MSE conlleva a esta ecuación:

$$\bar{W} = E\{\bar{f}\bar{g}^T\}[E\{\bar{g}\bar{g}^T\}]^{-1} \quad (4)$$

la cual es la definición del filtro de Wiener para lograr una restauración óptima. $E\{\bar{f}\bar{g}^T\} = \bar{R}_{fg}$ es una función de correlación cruzada y $E\{\bar{g}\bar{g}^T\} = \bar{R}_{gg}$ es una función de autocorrelación. Considerando los procesos estacionarios y ergódicos obtenemos:

$$\bar{R}_{fg}(\tau) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} f(t)g(t+\tau) \quad (5)$$

y

$$\bar{R}_{gg}(\tau) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} g(t)g(t+\tau) \quad (6)$$

Aplicando la transformada de Fourier a las Ecs. 5 y 6 se tiene:

$$S_{fg}(\omega) = \mathcal{F}\{\bar{R}_{fg}(\tau)\} = \bar{F}(\omega) \cdot \bar{G}^*(\omega) \quad (7)$$

$$S_{gg}(\omega) = \mathcal{F}\{\bar{R}_{gg}(\tau)\} = \bar{G}(\omega) \cdot G^*(\omega) \quad (8)$$

las cuales corresponden a las funciones de densidad espectral. Representar la correlación y autocorrelación respectivamente en el dominio de la frecuencia tiene sus ventajas, pues el costo computacional decrece ya que podemos hacer uso de la Transformada Rápida de Fourier para los cálculos de dichas densidades espectrales y filtrar en el dominio de la frecuencia. El filtro de Wiener en el dominio de la frecuencia se puede escribir como:

$$W(u,v) = \frac{S_{fg}(u,v)}{S_{gg}(u,v)} \quad (9)$$

3. Desarrollo

1. Para una imagen con ruido aditivo de tipo gaussiano, encontrar el filtro de Wiener y restaurar la imagen. Para obtener una imagen con ruido gaussiano se puede utilizar una imagen nítida y libre de ruido usando la siguiente función de MATLAB para agregar ruido, `g = imnoise(Im,'gaussian',parametro1,parametro2)`.
2. Encontrar el filtro de Wiener y restaurar una imagen que ha sido sometida a un proceso de pérdida de nitidez. La imagen con pérdida de nitidez se obtiene filtrando una imagen nítida y libre de ruido con un filtro paso bajas de tamaño 9x9 normalizado.
3. Para una imagen a la que se le ha agregado ruido de tipo gaussiano y posteriormente ha perdido nitidez, encontrar el filtro de Wiener y restaurarla. Para obtener esta imagen degradada, primero se agrega el ruido de tipo gaussiano a la imagen original y luego se filtra con el mismo filtro paso bajas descrito en el punto 2.
4. Encontrar el filtro de Wiener y restaurar una imagen que ha sido degradada por pérdida de nitidez y posteriormente se le ha agregado ruido de tipo gaussiano. Para obtener esta imagen degradada se utiliza el filtro paso bajas descrito en el punto 2 y posteriormente se le agrega ruido.

4. Resultados

Para cada inciso, desplegar las imágenes obtenidas. Explicar las diferencias encontradas en los diferentes casos y calidad de imágenes restauradas.

5. Código

En esta sección deberán presentar el código fuente del programa en MATLAB (o en la herramienta que hayan utilizado en su defecto).

6. Conclusiones